Sizce Neden?

Jennifer, yaklaşık 100 000 voltluk potansiyele ulaşmış yüklü bir iletken küreyi elleriyle tutmaktadır. Bu aygıt çok yüksek potansiyel üreten bir Van de Graaff jeneratörüdür. Jennifer'in saç uçlarının büyük bir kirpi gibi iğne şeklini alması hakkında ne söyleyebilirsiniz? Duvardaki prizde 110 volt'luk çıkışın sizi öldürebileceği bir gerçek olduğuna göre, neden o bu durumda emniyettedir? *(Henry Leap ve Jim Lehman'ın izniyle).*

bölüm

25 Elektriksel Potansiyel

Bölüm İçeriği

25.1 Elektriksel Potansiyel ve Potansiyel Farkı

25.2 Düzgün bir Elektrik Alandaki Potansiyel Farkları

25.3 Elektriksel Potansiyel ve Noktasal Yüklerin Oluşturduğu Potansiyel Enerji

25.4 Elektriksel Potansiyelden Elektrik Alan Elde Edilmesi

25.5 Sürekli Yük Dağılımının Oluşturduğu Elektriksel Potansiyel

25.6 Yüklü Bir İletkenin Potansiyeli

25.7 *(Seçmeli)* Milikan'ın Yağ Damlası Deneyi

25.8 *(Seçmeli)* Elektrostatiğin Uygulamaları

Potansiyel enerji kavramı, ilk defa, yayın esneklik kuvveti ve yerçekimi gibi korunumlu kuvvetlerin yer aldığı Bölüm 8'de anlatılmıştı. Çeşitli mekanik problemlerin çözümünde, enerji korunumu yasasını kullanarak doğrudan doğruya kuvvetle çalışmaktan sakınmıştık. Elektriğin incelenmesini içeren bu bölümde de enerji kavramının büyük değer taşıdığını göreceğiz. Coulomb yasası ile verilen elektrostatik kuvvet korunumlu olduğundan, elektrostatik olaylar elektriksel potansiyel enerji vasıtasıyla rahatça açıklanabilir. Bu fikir, skaler bir büyüklük olan *elektriksel potansiyelin* tanımlanmasına olanak sağlar. Elektrik alan içindeki herhangi bir noktada elektriksel potansiyel skaler bir fonksiyon olduğundan, elektrostatik olayların tasvirinde potansiyeli kullanmak, elektriksel kuvvet ve elektrik alan kavramlarından çok daha basit olur. Daha sonraki bölümlerde elektriksel potansiyel konusunun büyük bir pratik öneme sahip olduğunu göreceğiz.

25.1 POTANSİYEL FARKI VE ELEKTRİKSEL POTANSİYEL

Diğer yüklü cisimler tarafından oluşturulan bir **E** elektrostatik alanı içine bir q_0 deneme yükü konulduğunda, bu deneme yükü üzerine etki eden elektriksel kuvvet $q_0\mathbf{E}$ dir. (Eğer elektrik alan birden fazla yüklü cisim tarafından üretiliyorsa, deneme yükü üzerine etki eden bu kuvvet, diğer yüklü cisimler tarafından uygulanan kuvvetlerin vektörel toplamı olur). $q_0\mathbf{E}$ kuvveti korunumludur, çünkü Coulomb yasası ile verilen bireysel kuvvetler korunumludur. Bazı dış etkenle deneme yükü elektrik alan içinde hareket ettirilirse, yük üzerine alan tarafından yapılan iş, yer değiştirmeye neden olan dış etken tarafından yapılan işin negatifine eşittir. Sonsuz küçük bir $d\mathbf{s}$ yerdeğiştirmesi için, yük üzerine elektrik alan tarafından yapılan iş, $\mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = q_0\mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$ ile verilir. Alan tarafından bu miktarda iş yapılırken yük alan sisteminin potansiyel enejisi $dU = -q_0\mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$ kadar azalır. Deneme yükünün A ve B noktaları arasında sonlu bir yerdeğiştirmesi halinde, sistemin $\Delta U = U_B - U_A$ potansiyel enerji değişimi,

$$\Delta U = -q_0 \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} \qquad \textbf{(25.1)}$$

Potansiyel enerji değişimi

ile verilir. İntegral q_0 yükünün A dan B'ye gittiği yol boyunca alınır ve adına *yol integrali* veya *çizgi integrali* denir. Bu iki terim eşanlamlıdır. $q_0\mathbf{E}$ kuvveti korunumlu olduğundan, **bu çizgisel integral A ve B noktaları arasında alınan yola bağlı değildir.**

Sınama Sorusu 25.1

A ve B arasındaki yol, 25.1 Eşitliğinde hiç bir farklılık meydana getirmiyorsa, biz niçin tam olarak $\Delta U = -q_0Ed$ bağıntısını kullanmıyoruz? Bu ifadede d değeri A ve B arasındaki doğrusal uzaklıktır.

Birim yük başına U/q_0 potansiyel enerjisi, q_0'ın değerinden bağımsızdır ve elektrik alan içinde her noktada tek değere sahiptir. Bu U/q_0 niceliğine **elektriksel potansiyel** V (veya kısaca **potansiyel**) denir. O halde elektrik alanın herhangi bir noktasındaki elektriksel potansiyel

$$V = \frac{U}{q_0} \qquad \textbf{(25.2)}$$

dir ve potansiyel de skaler bir niceliktir.

Bir elektrik alan içinde A ve B gibi herhangi iki nokta arasındaki $\Delta V = V_B - V_A$ **potansiyel farkı**, sistemin potansiyel enerjisindeki değişimin, q_0 deneme yüküne oranı olarak tanımlanır:

Potansiyel farkı

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q_0} = -\int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} \qquad (25.3)$$

Potansiyel farkı, hiç bir suretle potansiyel enerji ile karıştırılmamalıdır. Potansiyel farkı, potansiyel enerji ile orantılıdır ve Eşitlik 25.3'te görüldüğü gibi iki si birbirine $\Delta U = q_0 \Delta V$ ile bağlıdır.

Elektriksel potansiyel elektrik alanın skaler bir karakteristiğidir ve alan içinde bulunan yükden bağımsızdır. Fakat, potansiyel enerjiden bahsederken alan-yük sistemini kastederiz. Çünkü çoğu zaman, yükün bulunduğu yerdeki elektriksel potansiyeli ve yükün alanla etkileşmesi sonucu ortaya çıkan potansiyel enerjiyi biliyor olduğumuzdan, sanki yüke aitmiş gibi, potansiyel enerji yaygın söylenişini kullanırız.

Bir yükün potansiyel enerjisindeki değişim, elektriksel kuvvet tarafından yapılan işin negatifine eşit olduğundan (Eşitlik 25.1'de belirtildiği gibi), A ve B noktaları arasındaki ΔV potansiyel farkı, kinetik enerjide bir değişme olmaksızın, bir deneme yükünü bir dış etken tarafından A dan B ye götürmek için birim yük başına yapılması gereken işe eşittir.

Potansiyel enerjide olduğu gibi, sadece elektriksel potansiyeldeki *farklar* anlamlıdır. Fakat potansiyel farkı ile çalışırken, çoğu zaman elektrik alanındaki uygun bir noktanın elektriksel potansiyelinin değerini sıfır seçeriz. Çünkü elektriksel potansiyeli bir noktada sıfır olarak almak demek, o noktada alanı üreten yüklerden sonsuz uzakta bulunmak demektir. Bu tercihi yapınca da, **bir elektrik alan içindeki keyfi bir noktadaki elektriksel potansiyel, pozitif deneme yükünü sonsuzdan bu noktaya getirmek için birim yük başına yapılan işe eşit olduğunu** söyleyebiliriz. O halde, 25.3 Eşitliğindeki A noktasını sonsuzdaki bir nokta olarak alırsak, herhangi bir P noktasındaki elektriksel potansiyel

$$V_P = -\int_\infty^P \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} \qquad (25.4)$$

şeklini alır. Gerçekte V_P, sonsuzdaki bir nokta ile P noktası arasındaki ΔV potansiyel farkını temsil eder. (Eşitlik 25.4, Eşitlik 25.3'ün bir özel durumudur.)

Potansiyel farkı, birim yük başına enerjinin bir ölçüsü olduğundan, elektriksel potansiyel ve potansiyel farkının SI sistemindeki birimi, Coulomb başına joule'dür. Kısaca **Volt** (V) olarak tanımlanır:

Volt'un tanımı

$$1\ \mathrm{V} \equiv 1\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{C}}$$

Yani, 1 V'luk potansiyel farkı boyunca 1 C'luk yükü götürmek için yapılması gereken iş 1 J'dür.

Eşitlik 25.3'e göre potansiyel farkı aynı zamanda, elektrik alanla uzaklık birimlerinin çarpımına eşittir. Bu nedenle, elektrik alanın SI birimi (N/C), metre başına volt şeklinde de ifade edilebilir:

$$1\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}} = 1\ \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$$

Atom Fiziğinde ve Nükleer Fizikte enerji birimi olarak genellikle **elektron volt** kullanılır. Bu da **1V büyüklüğündeki potansiyel farkı boyunca hareket eden bir elektron (veya proton) un kazandığı veya kaybettiği enerji** olarak tanımlanır. 1 V = 1 J/C ve bir temel yük yaklaşık olarak $1{,}60 \times 10^{-19}$ C'a eşit olduğundan elektron volt'un (eV) joule cinsinden değeri:

$$1 \text{ eV} = 1{,}60 \times 10^{-19} \text{ C} \cdot \text{V} = 1{,}60 \times 10^{-19} \text{ J} \qquad \textbf{(25.5)}$$

Elektron volt

Örneğin tipik bir TV resim tüpünde bulunan elektron (veya katod ışını tüpü) demetindeki elektronların hızları $3{,}5 \times 10^7$ m/s'dir. Bu $5{,}6 \times 10^{-16}$ J'luk kinetik enerjiye karşılık gelir ki bu da $3{,}5 \times 10^3$ eV'a eşdeğerdir. Elektron bu sürate ulaşması için, durgun halden 3,5 kV'luk potansiyel farkına kadar hızlandırılmalıdır.

25.2 DÜZGÜN BİR ELEKTRİK ALANDAKİ POTANSİYEL FARKLARI

25.1 ve 25.3 Eşitlikleri, alan düzgün olsun veya olmasın bütün elektrik alanlarında geçerlidir, fakat alan düzgün olursa daha da basitleşirler. Önce, düzgün bir elektrik alanının negatif y ekseni boyunca yöneldiği durumu inceleyelim (Şekil 25.1a). Aralarındaki uzaklık d olan A ve B gibi iki nokta arasındaki potansiyel farkını hesaplayalım. d alan çizgilerine paralel olsun. O zaman 25.3 Eşitliği,

$$V_B - V_A = \Delta V = -\int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\int_A^B E \cos 0^\circ \, ds = -\int_A^B E \, ds$$

olur. E sabit olduğundan, bunu integral işaretinin dışına çıkarırsak

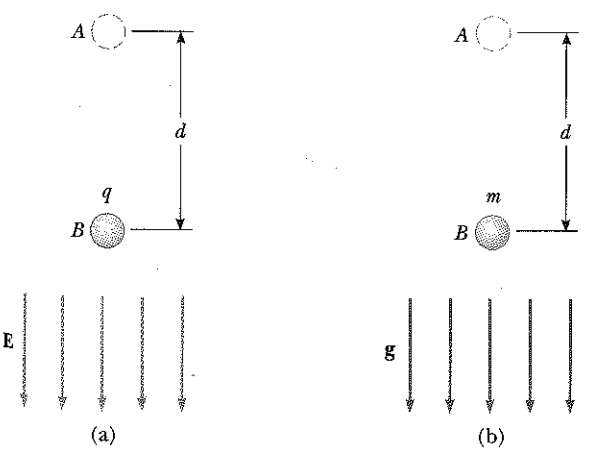
$$\Delta V = -E \int_A^B ds = -Ed \qquad \textbf{(25.6)}$$

Düzgün bir E alanındaki potansiyel farkı

olur. Bu ifadedeki eksi işareti, B noktasının A noktasından daha düşük potansiyelde olmasından kaynaklanır, yani $V_B < V_A$'dır. Şekil 25.1a'da görüldüğü gibi, **elektrik alan çizgileri, daima elektriksel potansiyelin azalan doğrultusunu gösterir.**

Şimdi q_0 deneme yükünün A dan Bye gittiğini varsayalım. Potansiyel enerjisindeki değişmeyi, Eşitlik 25.3 ve 25.6'den hesaplayabiliriz:

$$\Delta U = q_0 \, \Delta V = -q_0 Ed \qquad \textbf{(25.7)}$$



Şekil 25.1 (a) **E** elektrik alanı aşağı doğru yöneldiğinde, B noktasındaki potansiyel, A noktasındakinden daha azdır. Pozitif bir deneme yükü A noktasından B noktasına gittiğinde elektriksel potansiyel enerji kaybeder. (b) Yerin **g** çekim alanında aşağı doğru inen bir m kütlesi de kütle-çekim potansiyel enerji kaybeder.

Ev Deneyi

Kuru havada elektrik alan yaklaşık 30 00 V/cm değerini alırsa, elektrik atlamasına (kıvılcıma) neden olur. Bir halının bir kenarından diğer kenarına ayaklarınızı sürerek yürüyün ve bir kapı koluna doğru gidin. Kapı koluna dokunmadan önce, ama ayaklarınızı sürerek yürümeden sonra, kapı kolu ve parmağınızın arasında elektrik atlamasının uzunluğunu kestirerek elektriksel potansiyel farkını belirleyebilirsiniz. (Bu deneyi yapmak istediğiniz gün havadaki nem çok yüksekse, sizin çalışmanız olumsuz olacaktır. Neden?)

Bu sonuçtan görüyoruz ki q_0 pozitifse, ΔU negatif olmaktadır. Bu demektir ki, **bir pozitif yük elektrik alan doğrultusunda hareket ederse, elektriksel potansiyel enerji kaybeder** sonucuna varırız. Bu demektir ki, yükün hareketi elektrik alan doğrultusunda olduğu zaman, elektrik alan pozitif yük üzerine iş yapar. (Şekil 25.1b'de görüldüğü gibi, bir kütlenin çekim alanında daha düşük bir yükseklige doğru indikçe çekim alanının iş yapmasına benzer. Bir pozitif deneme yükü, bu elektrik alan içinde durgun halden serbest bırakılırsa, **E** elektrik alan doğrultusunda $q_0\mathbf{E}$ elektriksel kuvvetin etkisi altında kalır (Şekil 25.1a'daki aşağı doğru). Böylece yük, kinetik enerji kazanarak aşağı doğru hızlanır. **Yüklü parçacık, kazandığı kinetik enerjiye eşit miktarda potansiyel enerji kaybeder.**

Öte yandan, q_0 negatifse, ΔU pozitif olur ve olay ters yönde gelişir. **Negatif yük, elektrik alan doğrultusunda hareket ettiği zaman elektriksel potansiyel enerji kazanır.** Bir negatif yük **E** elektrik alan içinde durgun halden serbest bırakılırsa, elektrik alana zıt doğrultuda ivmelenir.

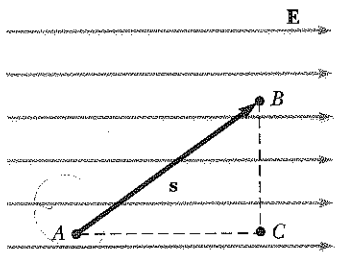
Şimdi, Şekil 25.2'deki gibi, x ekseni boyunca kurulan düzgün bir elektrik alan içinde, herhangi iki nokta arasında hareket eden bir yüklü parçacığın daha genel durumunu inceleyelim. (Bu durumda yük, daha önce olduğu gibi bir dış etkenle hareket ettirilmemektedir.) A ve B noktaları arasındaki yerdeğiştirme vektörü **s** ile gösterilirse, Eşitlik 25.3'ten,

$$\Delta V = -\int_A^B \mathbf{E}\cdot d\mathbf{s} = -\mathbf{E}\cdot\int_A^B d\mathbf{s} = -\mathbf{E}\cdot\mathbf{s} \qquad (25.8)$$

elde edilir. Burada da **E** sabit olduğundan integralin dışına çıkardık. Ayrıca, yükün potansiyel enerjisindeki değişme

$$\Delta U = q_0\,\Delta V = -q_0\,\mathbf{E}\cdot\mathbf{s} \qquad (25.9)$$

olur.



Şekil 25.2 Pozitif x ekseni boyunca yönelen düzgün bir elektrik alan. B noktası A noktasından daha düşük potansiyeldedir. B ve C noktaları *aynı* elektrik potansiyeldedir.

11.9

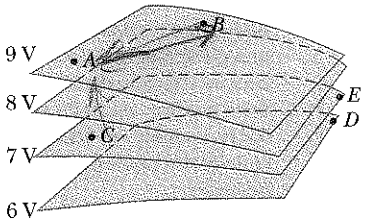
Eşpotansiyel yüzey

Son olarak Eşitlik 25.8'den, düzgün bir elektrik alana dik olan düzlem üzerindeki bütün noktaların aynı potansiyelde olduğu sonucunu çıkarabiliriz. Bu durum Şekil 25.2'de kolayca görülür yani, $V_B - V_A$ potansiyel farkı, $V_C - V_A$ potansiyel farkına eşittir. Şekil 25.2'de **s** ve **E** arasındaki açıyı keyfi olarak θ alarak, $\mathbf{E}\cdot\mathbf{s}$ nokta çarpımını $\mathbf{s}_{A\to B}$ için ve $\theta = 0$ alarak $\mathbf{s}_{A\to C}$ nokta çarpımını kullanarak kendiniz ispatlayınız.) Bu nedenle $V_B = V_C$ olur. **Aynı potansiyele sahip olan noktaların sürekli dağılımlarının oluşturduğu herhangi bir yüzeye eşpotansiyel yüzey adı verilir.**

$\Delta U = q_0\Delta V$ olduğundan, bir deneme yükünün bir eş potansiyel yüzey üzerinde herhangi iki nokta arasındaki hareketinde hiç bir iş yapılmayacağına dikkat ediniz. Düzgün bir elektrik alanının eşpotansiyel yüzeyleri, tümü bu alana dik olan düzlem ailesinden ibarettir. Diğer simetrilerle birlikte, bir alanın eşpotansiyel yüzeyleri bundan sonraki kesimlerde anlatılacaktır.

Sınama Sorusu 25.2

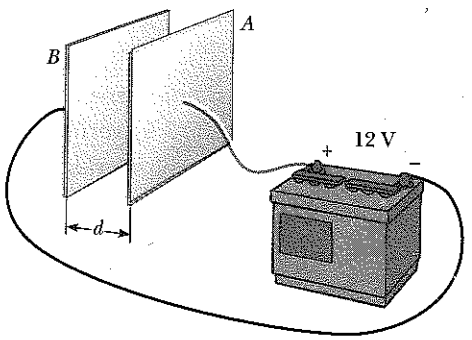
Şekil 25.3'teki noktalar, bir elektrik alanına ait bir takım eşpotansiyelli yüzeyler üzerindedir. Bir pozitif yüklü parçacık, A'dan B'ye; B'den C'ye; C'den D'ye; D'den E'ye hareket ettiğinde elektrik alan tarafından yapılan işi (büyükten küçüğe) sıralayınız.



Şekil 25.3 Dört adet eşpotansiyelli yüzey.

ÖRNEK 25.1 Zıt Yüklü İki Paralel Levha Arasındaki Elektrik Alanı

Batarya, belirli bir potansiyel farkını batarya kutuplarına bağlanmış iletkenler arasında oluşturur. 12 V'luk bir batarya, iki paralel levha arasına Şekil 25.4'teki gibi bağlanıyor. Levhalar arasındaki uzaklığın $d = 0{,}30$ cm ve elektrik alanın düzgün olduğu varsayılıyor. (Bu varsayım, levhalar arasındaki uzaklık, levhaların büyüklüğü yanında küçükse ve levha kenarlarındaki noktalar dikkate alınmıyorsa geçerlidir.) Levhalar (plakalar) arasındaki elektrik alanın şiddetini bulunuz.



Şekil 25.4 İki paralel plakaya bağlı 12 V'luk batarya. Paralel plakalar arasındaki elektrik alanın büyüklüğü, plakalar arasındaki ΔV potansiyel farkının, aralarındaki d uzaklığına bölümüdür.

Çözüm Elektrik alan, pozitif levhadan (A) negatif levhaya (B) doğrudur ve pozitif levha negatif levhadan daha yüksek potansiyeldedir. Levhalar arasındaki potansiyel farkı, bataryanın kutupları arasındaki potansiyel farkına eşit olmak zorundadır. Bu durum, dengedeki bir iletken üzerinde bütün noktaların aynı potansiyelde olduğuna dikkat ederek anlaşılabilir.[1] Böylece bataryanın bir ucu ile bu bataryanın bağlı olduğu levhaların herhangi bir kısmı arasında potansiyel farkı bulunmaz. Bu nedenle Eşitlik 25.6'dan levhalar arasındaki elektrik alanın büyüklüğü

$$E = \frac{|V_B - V_A|}{d} = \frac{12\ \text{V}}{0{,}30 \times 10^{-2}\ \text{m}} = 4{,}0 \times 10^3\ \text{V/m}$$

olur. Şekil 25.4'te gösterilen düzenlemeye *paralel plakalı (levhalı) kondansatör* denir ve (Bölüm 26'da) daha ayrıntılı incelenecektir.

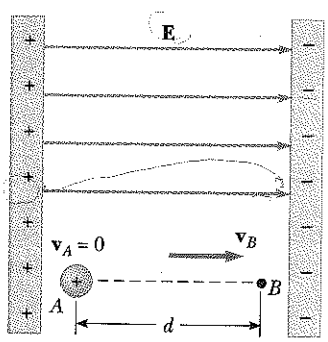
ÖRNEK 25.2 Bir Protonun Düzgün Bir Elektrik Alan İçindeki Hareketi

Bir proton, pozitif x ekseni doğrultusu boyunca yönelen $8{,}0 \times 10^4$ V/m lik düzgün bir elektrik alan içinde durgun halden serbest bırakılıyor (Şekil 25.5). Proton bu **E** elektrik alanın etkisiyle 0,50 m yerdeğiştiriyor. (a) A ve B noktaları arasındaki elektriksel potansiyeldeki değişimi bulunuz.

Çözüm Protonun (pozitif yük taşıdığını hatırlayınız) elektrik alan doğrultusunda hareket ettiğinden, onun daha düşük elektriksel potansiyele doğru hareket etmesini bekleriz. Eşitlik 25.6 kullanılarak,

$$\Delta V = -Ed = -(8{,}0 \times 10^4\ \text{V/m})\,(0{,}50\ \text{m})$$
$$= -4{,}0 \times 10^4\ \text{V}$$

bulunur.



Şekil 25.5 Bir proton, elektrik alan doğrultusunda A dan B ye doğru hızlanır.

(b) Bu yerdeğiştirme için protonun potansiyel enerjisindeki değişimi bulunuz.

Çözüm

$$\Delta U = q_0 \Delta V = e\Delta V$$
$$= (1{,}6 \times 10^{-19}\ \text{C})\ (-4 \times 10^4\ \text{V})$$
$$= -6{,}4 \times 10^{-15}\ \text{J}$$

Buradaki negatif işaret, elektrik alan doğrultusunda hareket eden protonun potansiyel enerjisindeki azalmayı belirler. Bu, proton **E** doğrultusunda ivmelendikçe kinetik enerji kazanırken aynı zamanda elektrik potansiyel enerji kaybeder anlamına gelir (çünkü toplam enerji korunur).

Alıştırma Enerji korunum kavramını kullanarak B noktasındaki protonun hızını bulunuz.

Cevap $2{,}77 \times 10^6$ m/s

[1] Elektrostatik dengede bulunan bir iletken içinde elektrik alan bulunmaz. Böylelikle, iletken içindeki herhangi iki nokta arasındaki $\int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$ yol integrali sıfır olmak zorundadır. Bu durumun tam bir tartışması Kesim 25.6'da yapılacaktır.

25.3 ELEKTRİKSEL POTANSİYEL VE NOKTASAL YÜKLERİN OLUŞTURDUĞU POTANSİYEL ENERJİ

Yalıtılmış pozitif bir noktasal q yükünü ele alalım. Hatırlanmalı ki, bu tür bir yük, yükün bulunduğu yerden dışarı doğru ışınsal olarak bir elektriksel alan meydana getirir. Yükten r uzaklıkta bir noktada elektriksel potansiyeli bulmak için potansiyel farkını veren aşağıdaki genel bağıntı ile işe başlarız:

$$V_B - V_A = -\int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$$

Burada A ve B, Şekil 25.6'da gösterildiği gibi iki keyfi noktalardır. Noktasal yükün oluşturduğu elektrik alanı $\mathbf{E} = k_e q\hat{\mathbf{r}}/r^2$ ile (Eşitlik 23.4) verildiğinden; burada $\hat{\mathbf{r}}$, yükten alanın hesaplanacağı noktaya yönelen birim vektördür), $\mathbf{E}\cdot d\mathbf{s}$ niceliği

$$\mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = k_e \frac{q}{r^2}\, \hat{\mathbf{r}} \cdot d\mathbf{s}$$

şeklinde yazılabilir. $\hat{\mathbf{r}}$ 'nin büyüklüğü 1 olduğundan, skaler çarpım $\hat{\mathbf{r}} \cdot d\mathbf{s} = ds \cos\theta$ olur; burada θ açısı Şekil 25.5 deki gibi $\hat{\mathbf{r}}$ ile $d\mathbf{s}$ arasındaki açıdır. Ayrıca $ds\cos\theta$ değeri, $d\mathbf{s}$ nin $\mathbf{r}$ üzerindeki izdüşümüdür. Buna göre $ds\cos\theta = dr$ olur. Yani, A noktasından B noktasına giden herhangi bir yol boyunca $d\mathbf{s}$ yer değiştirmesi, $\mathbf{r}$'nin büyüklüğünde bir dr değişimi oluşturur. $\mathbf{r}$, alanı oluşturan yüke olan radyal (ışınsal) uzaklıktır. Bunları yerine yazarsak $\mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = (k_e q/r^2)\, dr$ elde ederiz. Böylece potansiyel farkı ifadesi

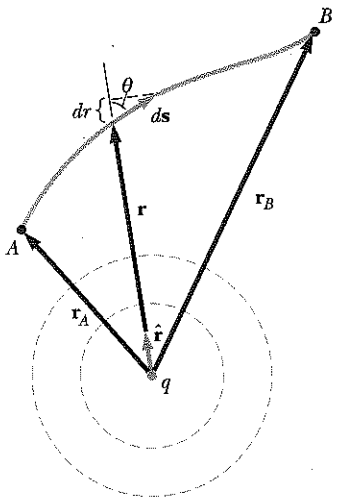
$$V_B - V_A = -\int E_r\, dr = -k_e q \int_{r_A}^{r_B} \frac{dr}{r^2} = \frac{k_e q}{r}\Bigg]_{r_A}^{r_B}$$

$$V_B - V_A = k_e q\left[\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right] \qquad (25.10)$$

olur. Olması gerektiği gibi $-\int_A^B \mathbf{E}\cdot d\mathbf{s}$ integrali A ve B noktaları arasındaki *yoldan bağımsızdır.* Çünkü, bir nokta yükün elektrik alanı korunumlu bir alandır. Ayrıca, 25.10 Eşitliğinin önemli bir sonucu daha vardır: A ve B gibi herhangi iki nokta arasındaki potansiyel farkı, *yalnızca* r_A ve r_B radyal koordinatlara bağlıdır. $r_A = \infty$ da, referans elektriksel potansiyelini sıfır olarak seçmek adettir. Böyle bir seçime dayanarak, bir noktasal yükün kendisinden herhangi bir r uzaklıkta oluşturduğu potansiyel

$$V = k_e \frac{q}{r} \qquad (25.11)$$

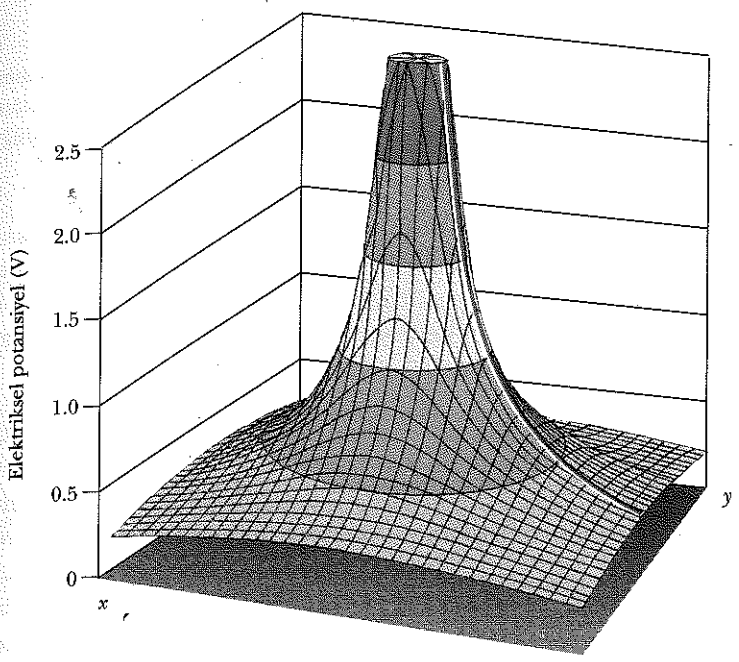
olarak verilir.



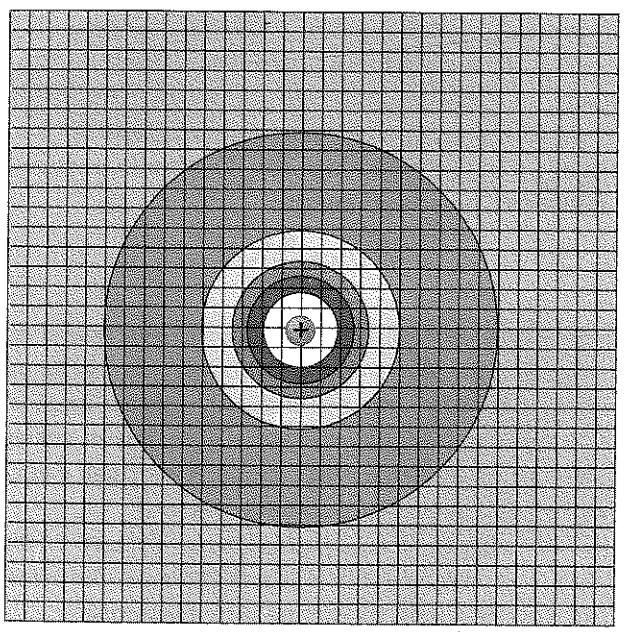
Şekil 25.6 Bir q nokta yükten kaynaklanan A ve B nokları arasındaki potansiyel farkı, *sadece* başlangıç r_A ve bitiş r_B radyal koordinatlara bağlıdır. Kesik çizgilerle gösterilmiş iki daire eş potansiyelli yüzeylerin kesitlerini belirler.

Bir nokta yükün oluşturduğu potansiyel

xy düzleminde bulunan bir pozitif yükten r radyal uzaklığın fonksiyonu olarak elektriksel potansiyelin grafiği Şekil 25.7'de gösterilmiştir. Kütle-çekim potansiyeli ile olan aşağıdaki benzerliğe bakalım: Şekil 25.7a'ya benzeyen bir tepenin en tepesine doğru bir bilyenin yuvarlanmak istendiğini düşünün. Bilyenin maruz kaldığı kütle-çekim kuvveti, iki pozitif yüklü cismin birbirine yaklaşırken ortaya çıkan itici kuvvete benzer. Benzer olarak, her hangibir negatif yüklü cismin çevresindeki bölgenin elektriksel potansiyeline ait grafik, birbirine yaklaşan pozitif yüklü cisimlere göre bir "delik"e benzer. Yüzeyin "düzlem" ve elektriksel potansiyelin sıfır olduğu durumda yüklü cisim diğer yükten sonsuz uzaklıkta bulunmak zorundadır.



(a)



(b)

Şekil 25.7 (a) Bir tek pozitif yükün çevresindeki elektriksel potansiyel düşey eksen alınarak düzlemdeki görünümü. (Bir negatif yükün elektriksel potansiyel fonksiyonu bir tepedeki çukura benzer.) Kırmızı çizgiler, Eşitlik 25.11 ile verilen elektriksel potansiyelin $1/r$ karekterini göstermektedir. (b) Düşey eksen üzerine çizilen (a)'daki grafiğin üstten görünüşü. Burada eş-merkezli daireler elektriksel potansiyelin sabit olduğunu göstermektedir. Bu daireler, merkezdeki yükün oluşturduğu eş-potansiyelli kürelerin kesitleridir.

Sınama Sorusu 25.3

Küresel bir balonun merkezinde pozitif yüklü bir cisim bulunsun. Yüklü cisim merkezde iken balon şişirilerek hacmi genişletilsin, balon yüzeyindeki elektriksel potansiyel artar mı, azalır mı, sabit mi kalır? Elektriksel alanın ve elektrik akısının büyüklüğü ne kadardır?

İki veya daha fazla yükün bir noktada oluşturduğu elektriksel potansiyel üst-üste binme ilkesi uygulanarak elde edilir. Yani, birçok nokta yükün bir P noktasında oluşturduğu toplam elektriksel potansiyel, her bir yükün bu noktada oluşturduğu potansiyellerin cebirsel toplamıdır. Bir noktasal yük grubu için P noktasındaki toplam potansiyel

Bir çok nokta yükün elektriksel potansiyeli

$$V = k_e \sum_i \frac{q_i}{r_i} \qquad (25.12)$$

şeklinde yazabiliriz. Burada yine sonsuzdaki potansiyel sıfır ve q_i yüklerinden P noktasına olan uzaklık r_i olarak alınmıştır. Eşitlik 25.12'deki toplamın vektörel toplamdan ziyade (yük grubunun bir noktada oluşturduğu elektrik alanın hesaplanmasında kullanılan) skaler sayıların *cebirsel toplamı* olduğuna dikkat ediniz. Böylece, V'nin değerini bulmak, **E**'nin değerini bulmaktan çok daha kolay olur. Bir dipolün çevresindeki elektriksel potansiyel Şekil 25.8'de gösterilmiştir.

Şimdi, iki yüklü parçacık sisteminin potansiyel enerjisini ele alalım. Bir P noktasında, q_1 yükü nedeniyle oluşan potansiyel V_1 ise, o zaman ikinci bir q_2 yükünü sonsuzdan bu P noktasına ivmelendirmeden getirmek için yapılması gereken iş q_2V_1 ile verilir. Parçacıklar birbirinden r_{12} uzaklığı kadar ayrı iken (Şekil 25.9), tanım gereğince bu iş, iki-parçacıklı sitemin potansiyel enerjisine (U) eşit olur. Buna göre potansiyel enerjiyi,

İki yükün elektriksel potansiyel enerjisi

$$U = k_e \frac{q_1 q_2}{r_{12}} \qquad (25.13)$$

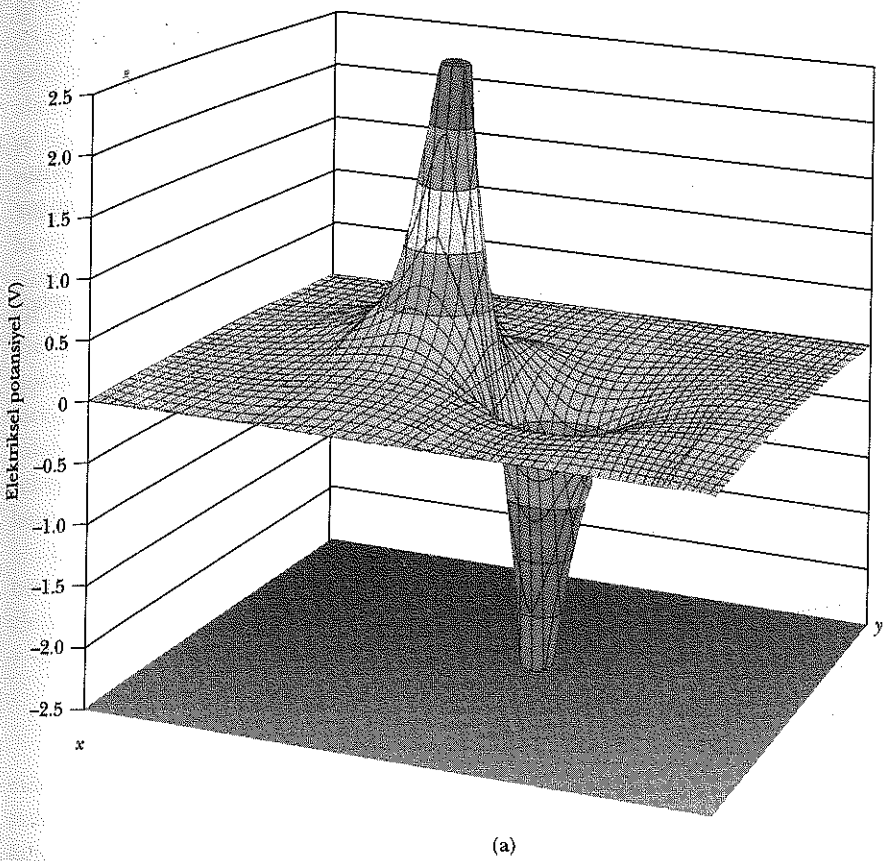
şeklinde ifade edebiliriz.[2] Yükler aynı işaretli ise U'nun pozitif olacağına dikkat ediniz. Bu, aynı işaretli yüklerin birbirlerini ittiği gerçeği ile uyuşur. O halde iki yükten birini diğerinin yanına getirmek için sistem üzerinde pozitif bir iş yapılmalıdır. Bunun tersine, yükler zıt işaretli ise, kuvvet çekicidir ve U negatif olur. Bu da farklı işaretli yükleri birbirine yaklaştırmak için çekici kuvvetlere karşı negatif iş yapmak gerektiği anlamına gelir.

Sistemde ikiden fazla yük varsa, toplam potansiyel enerji *her bir yük çifti* için U ayrı ayrı hesaplanıp sonuçlar cebirsel olarak toplanır. Bir örnek olarak, Şekil 25.10'da gösterilen üç yükün toplam potansiyel enerjisi

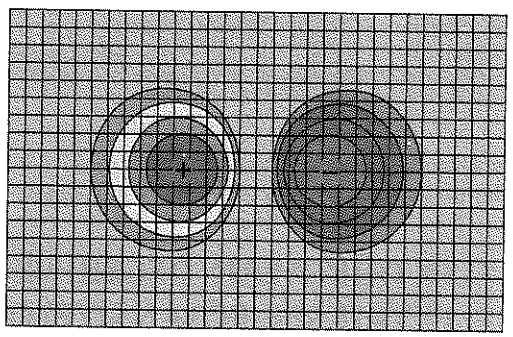
$$U = k_e \left(\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}} \right) \qquad (25.14)$$

olarak verilir. Fiziksel olarak bunu şu şekilde açıklayabiliriz: Şekil 25.10'daki q_1 yükünün sabit olduğunu düşünelim fakat q_2 ve q_3 sonsuzda bulunsunlar. q_2 yükünü sonsuzdan q_1 in yakınında bir yere getirmek için $k_e q_1 q_2 / r_{12}$ işini yapmak gerekir; bu da eşitlik 25.14'teki birinci terimdir. Eşitlik 25.14'teki son iki terim, q_3 yükünü sonsuzdan q_1 ve q_2 nin yakında bulunan bir konuma getirmek için yapılması gereken iştir (Sonuç, yüklerin taşınma sırasından bağımsızdır.)

[2] Eşitlik 25.13'teki iki noktasal yük için elde edilen elektriksel potansiyel enerji ifadesi, Gm_1m_2/r ile verilen iki noktasal kütlenin gravitasyonel potansiyel enerjisinin ifadesi ile *aynı* biçimdedir (Bölüm 14). Her ikisi de ters-kare kuvvet yasasından türetildiğinden, bu benzerlik şaşırtıcı değildir.

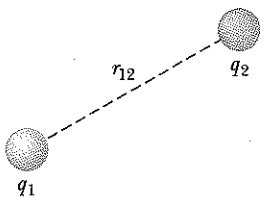


(a)

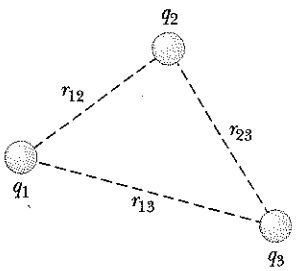


(b)

Şekil 25.8 (a) Bir düzlemdeki dipolun elektriksel potansiyeli. (b) (a)'daki grafiğin üstten görünüşü.



Şekil 25.9 İki noktasal yük birbirinden r_{12} uzaklığı kadar ayrılmışsa, bu yük çiftinin potansiyel enerjisi $k_e q_1 q_2 / r_{12}$ ile verilir.



Şekil 25.10 Üç noktasal yük, gösterilen konumlarda sabittir. Bu yük sisteminin potansiyel enerjisi Eşitlik 25.14 ile verilir.

ÖRNEK 25.3 İki Nokta Yükün Elektriksel Potansiyeli

Şekil 25.11a'da görüldüğü gibi, $q_1 = 2{,}00\ \mu$C'luk yük orijinde, $q_2 = -6{,}00\ \mu$C'luk yük (0; 3,00) m'dedir. (a) Bu yüklerin (4,00; 0) m koordinatındaki P noktasında oluşturduğu toplam elektriksel potansiyeli bulunuz.

Çözüm İki yükün P noktasında oluşturduğu toplam potansiyeli

$$V_P = k_e\left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2}\right)$$

$$= 8{,}99 \times 10^9\ \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2}\left(\frac{2{,}00 \times 10^{-6}\ \text{C}}{4{,}00\ \text{m}} + \frac{-6{,}00 \times 10^{-6}\ \text{C}}{5{,}00\ \text{m}}\right)$$

$$= -6{,}29 \times 10^3\ \text{V}$$

olarak buluruz.

(b) Sonsuzdan P noktasına getirilen 3,00 μC'luk yükün potansiyel enerjisindeki değişmeyi bulunuz (Şekil 25.11b).

Çözüm Yük sonsuzda olduğunda $U_i = 0$ ve P noktasında olduğu zaman $U_s = q_3V_P$ dir. O halde,

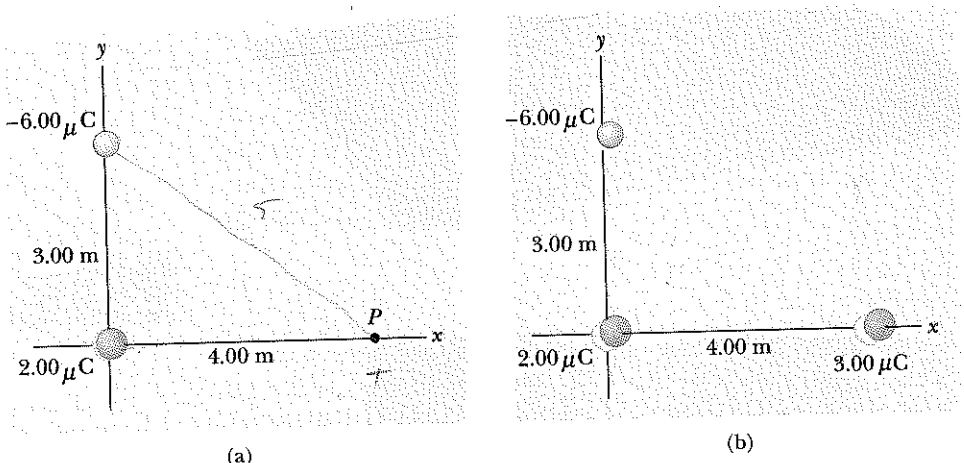
$$\Delta U = q_3V_P - 0 = (3{,}00 \times 10^{-6}\ \text{C})(-6{,}29 \times 10^3\ \text{V})$$

$$= -18{,}9 \times 10^{-3}\ \text{J}$$

Buna göre, $W = -\Delta U$ olduğundan, P noktasındaki yükün sonsuza geri götürebilmesi için dış kuvvetler tarafından pozitif bir iş yapılmalıdır.

Alıştırma Şekil 25.11b'de gösterilen sisteminin toplam potansiyel enerjisini bulunuz?

Cevap $-5{,}48 \times 10^{-2}$ J.



Şekil 25.11 (a) İki noktasal yükün P noktasında oluşturduğu elektriksel potansiyel, her bir yükün ayrı ayrı oluşturduğu potansiyelin cebirsel toplamıdır. (b) Üç yük sisteminin potansiyel enerjisi ne kadardır?

25.4 ELEKTRİK ALAN DEĞERİNİN ELEKTRİKSEL POTANSİYELDEN ELDE EDİLMESİ

$\mathbf{E}$ Elektriksel alan ve V elektriksel potansiyel, Eşitlik 25.3'te gösterildiği gibi verilir. Şimdi, belirli bir bölgede elektriksel potansiyel biliniyorsa, elektriksel alan değerinin nasıl hesaplanacağını gösterelim.

Eşitlik 25.3'e göre aralarındaki uzaklık ds olan iki nokta arasındaki dV potansiyel farkı

$$dV = -\mathbf{E}\cdot d\mathbf{s} \qquad (25.15)$$

olarak ifade edilebilir. Elektrik alan yalnız E_x bileşenine sahipse, $\mathbf{E}\cdot d\mathbf{s} = E_x\,dx$'tir. Böylece 25.15 Eşitliği $dV = -E_x\,dx$ veya

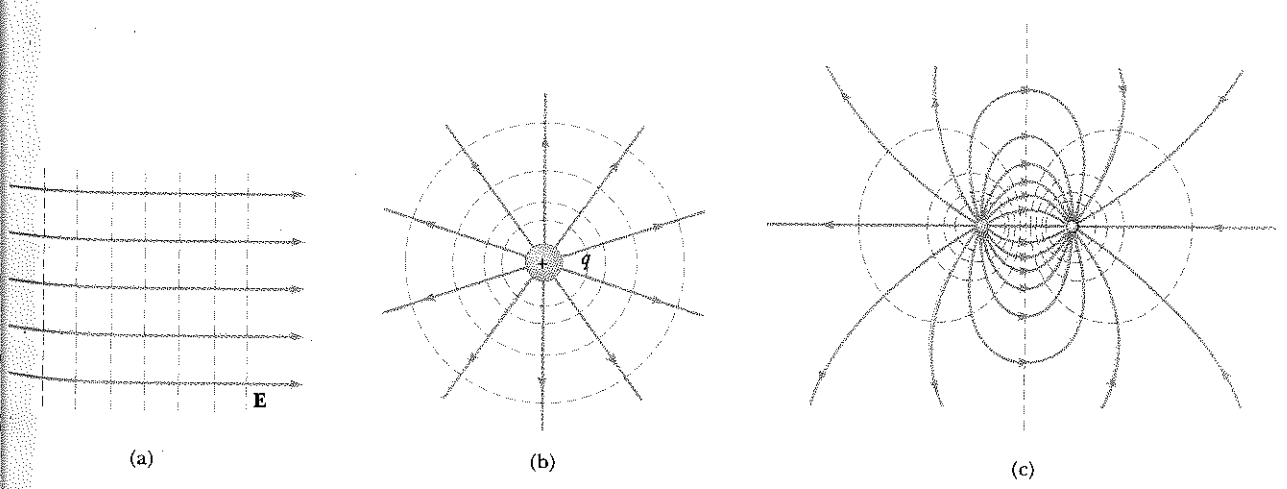
$$E_x = -\frac{dV}{dx} \qquad (25.16)$$

olur. Yani bir koordinat ekseni doğrultusundak elektrik alanın büyüklüğü, bu koordinata göre elektriksel potansiyelin türevinin negatifine eşittir. Eşitlik 25.8'i izleyen tartışmayı hatırlarsak, elektrik alana dik doğrultulardaki herhangi bir yerdeğiştirmede elektriksel potansiyel değişmemektedir. Bu da, Şekil 25.12'de gösterildiği gibi, eşpotansiyelli yüzeylerin alana dik olması durumu, Bölüm 25.2'de geliştirilen notasyonla tutarlıdır. Bir küçük pozitif yük, elektrik alan çizgileri üzerine durgun halde bırakılırsa, **E** yönü boyunca hareket etmeye başlar. Çünkü **E**'nin yönü, elektrik alanı oluşturan yük dağılımı tarafından yük üzerine uygulanan kuvvetin yönündedir. (dolayısı ile **a**'nın yönündedir). Yük sıfır hızla harekete başladığından, hız değişimi yönünde (yani **a** yönünde) hareket eder. Şekil 25.12a ve 25.12b'de yük bir doğru boyunca hareket eder, çünkü onun ivme vektörü daima hız vektörüne paraleldir. **v**'nin büyüklüğü artar fakat yönü değişmez. Şekil 25.12c'de durum farklıdır. Bir pozitif yük, dipolün çok yakınındaki bir noktaya konulursa, yükün ilk hareketinin yönü bu noktadaki **E**'ye paralel olacaktır. Fakat elektrik alanın yönü farklı yerlerde farklı olduğundan, yük üzerine etkiyen kuvvetin yönü değişir ve **a** artık **v**'ye paralel olmaz. Bu durum, hareket eden yükün hızında ve yönünde değişmelere sebep olur, fakat elektrik alan çizgilerini takip etmek zorunda değildir. Hatırlanmalıdır ki, bu hız vektörü değil, kuvvetle orantılı olan ivme vektörüdür.

Eğer elektrik alanı oluşturan yük dağılımı küresel simetriye sahipse, yani hacimce yük yoğunluğu yalnız r radyal (yarıçapsal) uzaklığa bağlı ise; o zaman elektrik alanı da radyaldır. Bu durumda, $\mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = E_r\, dr$ olur ve böylece dV'yi $dV = -E_r\, dr$ biçiminde ifade edebiliriz. Buradan da

$$E_r = -\frac{dV}{dr} \qquad \textbf{(25.17)}$$

elde edilir. Örneğin, bir noktasal yükün elektriksel potansiyeli $V = k_e q/r$'dir. V, sadece r'nin fonksiyonu olduğundan, potansiyel fonksiyonu küresel simetriye sahip olur. 25.17 Eşitliği uygulandığında noktasal yükün oluşturduğu elektrik alanı, bilindiği biçiminde $E_r = k_e q/r^2$ olarak buluruz. Burada potansiyelin r'ye



Şekil 25.12 Eş potansiyelli yüzeyler (kesikli mavi çizgiler) ve Elektrik alan çizgileri (kırmızı çizgiler) (a) Sonsuz tabakadaki yük tarafından üretilen düzgün elektriksel alan için, (b) Bir noktasal yük için ve (c) bir elektrik dipol için. Bütün bu durumlarda, eş-potansiyel yüzeyleri her noktadaki elektrik alan çizgilerine *diktir*. Bu çizimleri Şekil 25.2, 25.7b ve 25.8b ile karşılaştırınız.

Eşpotansiyel yüzeyleri elektrik alan çizgilerine diktir

dik herhangi bir doğrultuda değil, yalnızca radyal (yarıçap boyunca) doğrultuda değiştiğine dikkat ediniz. O halde V (E_r gibi) yalnız r'nin bir fonksiyonudur. Yine bu durum, **eşpotansiyelli yüzeyler alan çizgilerine diktir** düşüncesi ile uyuşur. Bu durumda eşpotansiyelli yüzeyler, küresel simetrik yük dağılımına sahip aynı merkezli küre ailesi olmaktadır (Şekil 25.12b).

Şekil 25.12c, bir elektrik dipolünün eşpotansiyel yüzeylerini gösteriyor. Bir deneme yükü, eşpotansiyelli yüzeyde bir $d\mathbf{s}$ yerdeğiştirmesi yaptığında, $dV = 0$ olur, çünkü eşpotansiyelli yüzeyde potansiyel sabittir. O zaman 25.15 Eşitliğine göre $dV = -\mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = 0$'dır. O halde $\mathbf{E}$, eşpotansiyelli yüzey boyunca alan yerdeğiştirmeye dik olmak zorundadır Bu sonuç, eşpotansiyelli yüzeylerin *her zaman* elektrik alan çizgilerine *dik* olduğunu gösterir.

Genel olarak elektriksel potansiyel, üç uzaysal koordinatın fonksiyonudur. $V(r)$, bir dik koordinat sisteminde verilirse, E_x, E_y ve E_z elektrik alan bileşenleri, $V(x, y, z)$'nin kısmi türevlerinden kolayca bulunabilir[3]:

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \qquad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \qquad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

Örneğin $V = 3x^2y + y^2 + yz$ ise o zaman,

$$\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}(3x^2y + y^2 + yz) = \frac{\partial}{\partial x}(3x^2y) = 3y\frac{d}{dx}(x^2) = 6xy$$

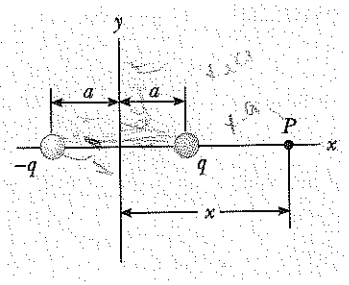
olur.

ÖRNEK 25.4 Bir Dipolün Elektriksel Potansiyeli

Bir elektrik dipol, Şekil 25.13'teki gibi, birbirinden $2a$ uzaklığıyla ayrılmış bulunan eşit ve zıt işaretli iki yükten oluşur. Dipol, x ekseni boyunca uzanmakta ve dipolün merkezi eksenlerin kesim noktasındadır. (a) P noktasındaki elektriksel potansiyeli hesaplayınız.

Çözüm Şekil 25.13'teki P noktası için,

$$V = k_e \sum \frac{q_i}{r_i} = k_e\left(\frac{q}{x-a} - \frac{q}{x+a}\right) = \frac{2k_eqa}{x^2 - a^2}$$



Şekil 25.13 x ekseni üzerinde bulunan bir elektrik dipolü.

(P noktası, negatif yükün sol tarafında olsa idi sonuç nasıl değişirdi?

(b) Dipolden çok uzak bir noktada V ve E_x'i hesaplayınız.

Çözüm P noktası dipolün merkezinden çok uzakta yani $x \gg a$ ise, o zaman $x^2 - a^2$ terimindeki a ihmal edilebilir ve V potansiyeli,

$$V \approx \frac{2k_eqa}{x^2} \qquad (x \gg a)$$

olur. Bu sonucu ve Eşitlik 25.16'yı kullanarak P noktasındaki elektrik alanı,

$$E_x = -\frac{dV}{dx} = \frac{4k_eqa}{x^3} \qquad (x \gg a)$$

olarak bulunur.

(c) P noktası, iki yük arasında herhangi bir yerde bulunuyorsa, E_x ve V'yi hesaplayınız.

Çözüm

$$V = k_e \sum \frac{q_i}{r_i} = k_e\left(\frac{q}{a-x} - \frac{q}{x+a}\right) = -\frac{2k_eqx}{x^2 - a^2}$$

$$E_x = -\frac{dV}{dx} = -\frac{d}{dx}\left(-\frac{2k_eqx}{x^2 - a^2}\right) = 2k_eq\left(\frac{-x^2 - a^2}{(x^2 - a^2)^2}\right)$$

[3] Vektörel gösterimde $\mathbf{E}$ çoğu zaman

$$\mathbf{E} = -\nabla V = -\left(\mathbf{i}\frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{j}\frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{k}\frac{\partial}{\partial z}\right)V$$

olarak yazılır. Burada ∇'ye *gradient işlemcisi (operatörü)* denir.

Dipolün merkezindeki durumu inceleyerek bu sonucun sağlamasını yapabiliriz. Burada $x = 0$, $V = 0$ ve $E_x = -2k_e q/a^2$'dir.

Alıştırma İki yükün orijinde oluşturduğu bireysel elektrik alan vektörlerinin toplamını hesaplayarak, (c) şıkkındaki elektrik alan sonucunu doğrulayınız.

25.5 SÜREKLİ YÜK DAĞILIMININ OLUŞTURDUĞU ELEKTRİKSEL POTANSİYEL

Sürekli yük dağılımının oluşturduğu elektriksel potansiyel iki yolla hesaplanabilir. Yük dağılımı biliniyorsa, bir noktasal yükün potansiyelini veren Eşitlik 25.11 ile işe başlayabiliriz. O zaman çok küçük bir dq yük elemanının oluşturduğu potansiyeli göz önüne alabiliriz. Bu yük elemanı bir noktasal yük gibi işleme girer (Şekil 25.14). Herhangi bir P noktasında bu dq yük elemanının oluşturduğu dV potansiyeli,

$$dV = k_e \frac{dq}{r} \qquad (25.18)$$

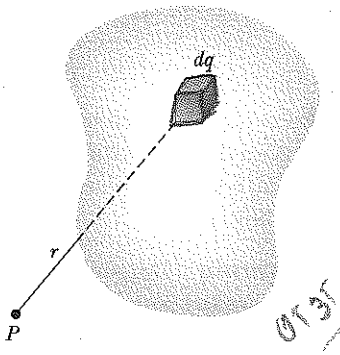
ile verilir. Burada r, yük elemanından P noktasına olan uzaklıktır. P noktasındaki toplam potansiyeli elde etmek için, yük dağılımının bütün elemanlarının katkısını içermesi için Eşitlik 25.18'in integralini alırız. Genellikle her bir yük elemanı P noktasından farklı uzaklıklarda ve k_e sabit olduğundan V potansiyelini,

$$V = k_e \int \frac{dq}{r} \qquad (25.19)$$

şeklinde yazabiliriz. Gerçekte, Eşitlik 25.12'deki toplam yerine integral yazdık. V için bulunan bu ifadenin belirli bir referans seçiminde geçerli olacağına dikkat ediniz. Çünkü yük dağılımından sonsuz uzaklıkta bulunan P noktasının elektriksel potansiyeli sıfır alındı.

Gauss yasası gibi, diğer yollardan elektrik alanın değeri daha önceden bulunmuşsa, Eşitlik 25.3 kullanarak sürekli yük dağılımının oluşturduğu elektriksel potansiyeli hesaplayabiliriz. Yük dağılımı yüksek bir simetriye sahipse önce verilen bir noktadaki E elektrik alanı Gauss yasası yardımıyla hesaplarız, sonra bulunan bu elektrik alan değerini Eşitlik 25.3'te yerine yazarak iki nokta arasındaki ΔV potansiyel farkını buluruz. Bundan sonra da herhangi bir uygun noktada V'yi sıfır olarak seçeriz.

Bu iki yöntemi birkaç örnekle gösterelim.



Şekil 25.14 Sürekli yük dağılımının bir P noktasında oluşturduğu elektriksel potansiyeli, yüklü cismi çok küçük dq elemanlarına bölerek ve bütün bu yük elemanlarının potansiyele katkılarını toplayarak hesaplayabiliriz.

ÖRNEK 25.5 Düzgün Olarak Yüklenmiş Bir Halkanın Potansiyeli

(a) Toplam yükü Q ve yarıçapı a olan düzgün yüklenmiş bir halkanın merkezinden geçen çapına dik eksen üzerindeki bir P noktasındaki elektriksel potansiyeli bulunuz.

Çözüm Halkayı, merkezi orijinde bulunacak ve halka düzlemi x eksenine dik olacak şekilde yerleştirelim. Şekil 25.15'teki gibi, halkanın merkezinden x uzaklıkta bir P noktası alalım. dq yük elemanı P noktasından $\sqrt{x^2 + a^2}$ kadar uzaklıktadır. Böylece V potansiyelini,

$$V = k_e \int \frac{dq}{r} = k_e \int \frac{dq}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

olarak ifade edebiliriz. Bu durumda her bir dq elemanı P noktasından aynı uzaklıktadır. Buna göre $\sqrt{x^2 + a^2}$ terimini integralin dışına çıkarabiliriz; o zaman V ifadesi,

$$V = \frac{k_e}{\sqrt{x^2 + a^2}} \int dq = \frac{k_e Q}{\sqrt{x^2 + a^2}} \qquad (25.20)$$

şeklini alır. V'nin bu ifadesinde yalnız bir tek değişken vardır o da x'dir. Bu sizi şaşırtmasın, çünkü hesaplarımız sadece x ekseni boyunca olan noktalar için geçerlidir; burada y ve z sıfırdır.

(b) P noktasındaki elektrik alanın büyüklüğü için bir ifade bulunuz.

Çözüm Şeklin simetrisinden, $\mathbf{E}$'nin sadece x bileşeni bulunduğunu görüyoruz. O halde Eşitlik 25.16'yı kullana-

biliriz:

$$E_x = -\frac{dV}{dx} = -k_e Q \frac{d}{dx}(x^2 + a^2)^{-1/2}$$

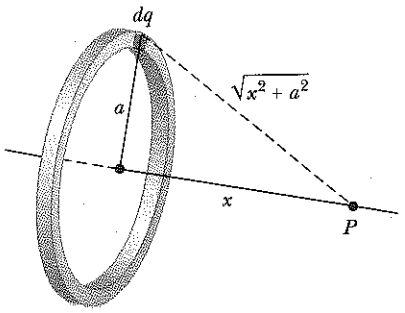
$$= -k_e Q(-\tfrac{1}{2})(x^2 + a^2)^{-3/2}(2x)$$

$$= \frac{k_e Q x}{(x^2 + a^2)^{3/2}} \qquad \textbf{(25.21)}$$

Bu sonuç, doğrudan integrasyon yolu ile elde edilen sonuçla (Örnek 23.8'e bakınız) uyuşur. $x = 0$ da (halka merkezinde) $E_x = 0$'dır. Coulomb yasasından bunu tahmin edebilir miydiniz?

Alıştırma Düzgün yüklenmiş bir halkanın merkezindeki elektriksel potansiyel ne kadardır? Merkezdeki V'nin değeri hakkında, merkezdeki alanın değeri size ne söyler?

Cevap $V = k_e Q/a$ dır. Çünkü, merkezde $E_x = -dV/dx = 0$ olduğundan, V maksimum veya minimum değerde olmalıdır. Gerçekte V maksimumdur.



Şekil 25.15 a yarıçaplı düzgün olarak yüklenmiş bir halkanın düzlemi x eksenine diktir. Halka üzerinde alınan bütün küçük parçalardaki dq yükleri x ekseni üzerinde alınan herhangi bir P noktasından aynı uzaklıktadır.

ÖRNEK 25.6 Düzgün Yüklenmiş Bir Diskin Potansiyeli

Yüzeyindeki yük yoğunluğu σ, yarıçapı a olan düzgün yüklenmiş bir diskin merkezinden dik geçen eksen boyunca (a) Elektriksel potansiyeli ve (b) Elektrik alanın büyüklüğünü bulunuz.

Çözüm Yine, disk düzlemine dik x ekseni üzerinde ve disk merkezinden x uzaklıkta bir P noktası alalım. Diski bir takım dairesel yüklü halkalara bölerek problemi basitleştirebiliriz. Her bir dairesel yüklü halkanın potansiyeli Eşitlik 25.20 ile verilir. Şekil 25.16'da görüldüğü gibi, dr kalınlığında, r yarıçaplı dairesel bir halka göz önüne alalım. Halkanın alanı $dA = 2\pi r\, dr$ (çevrenin kalınlık ile çarpımı) ve yüzeyce yük yoğunluğunun tanımından (bakınız Kesim 23.5) halka üzerindeki yük $dq = \sigma\, dA = \sigma\, 2\pi r\, dr$'dir. Böylece, bu dairesel halkanın P noktasında oluşturduğu potansiyel,

$$dV = \frac{k_e\, dq}{\sqrt{r^2 + x^2}} = \frac{k_e \sigma 2\pi r\, dr}{\sqrt{r^2 + x^2}}$$

ile verilir. P deki *toplam* potansiyeli bulmak için diski oluşturan bütün yüklü dairesel ince halkalar üzerinden toplam alırız. Yani, $r = 0$ dan $r = a$'ya kadar dV'nin integrali alınır:

$$V = \pi k_e \sigma \int_0^a \frac{2r\, dr}{\sqrt{r^2 + x^2}} = \pi k_e \sigma \int_0^a (r^2 + x^2)^{-1/2}\, 2r\, dr$$

Bu integral $u^n\, du$ biçimindedir ve bunun değeri $u^{n+1}/(n+1)$ dir. Burada $n = -\frac{1}{2}$ ve $u = r^2 + x^2$ alınmıştır. Buradan,

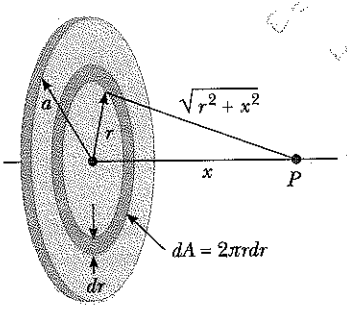
$$V = 2\pi k_e \sigma \left[(x^2 + a^2)^{1/2} - x\right] \qquad \textbf{(25.22)}$$

sonucunu elde ederiz.

(b) Örnek 25.5'te olduğu gibi, eksen üzerinde herhangi bir noktada elektrik alanı

$$E_x = -\frac{dV}{dx} = 2\pi k_e \sigma \left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}}\right) \qquad \textbf{(25.23)}$$

olur. Eksen dışında rastgele bir noktada $\mathbf{E}$ ve V'nin değerlerini hesaplamak oldukça zordur. Bu durumu burada yapmayacağız.



Şekil 25.16 a yarıçaplı, düzgün yüklenmiş bir disk. Diskin düzlemi x eksenine diktir. Eksen üzerinde bir P noktasındaki elektrisel potansiyeli hesaplarken, diski $2\pi r\, dr$ alanlı ince halkalara bölmek işlemi basitleştirir.

ÖRNEK 25.7 Sonlu Çizgisel Yükün Elektriksel Potansiyeli

ℓ uzunluklu bir çubuk, x ekseni boyunca yerleştiriliyor. Çubuktaki toplam yük Q dür ve birim uzunluk başına düzgün dağılmış yük yoğunluğu $\lambda = Q/\ell$'dir. y ekseni boyunca, orjinden a uzaklıktaki bir P noktasında elektriksel potansiyeli bulunuz (Şekil 25.17).

Çözüm dx uzunluk elemanının yükü $dq = \lambda \cdot dx$ dir. Bu dx elemanını P noktasından $r = \sqrt{x^2 + a^2}$ kadar uzakta olduğundan dq elemanının P noktasında oluşturduğu potansiyel,

$$dV = k_e \frac{dq}{r} = k_e \frac{\lambda\, dx}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

olarak ifade edilebilir. P noktasındaki toplam potansiyeli elde etmek için, bu ifadeyi $x = 0$ dan $x = \ell$ sınır değerleri arasında integre ederiz. k_e, λ ve a'nin sabit oluşuna dikkat ederek

$$V = k_e \lambda \int_0^{\ell} \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = k_e \frac{Q}{\ell} \int_0^{\ell} \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

buluruz.

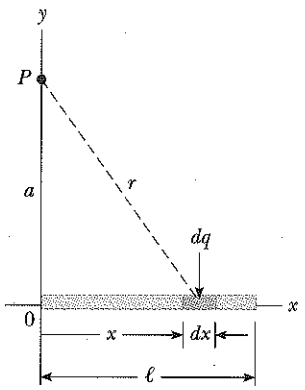
Bu integral, integral tablolarının çoğunda bulunur; (bakınız Ek B) değeri,

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \ln\left(x + \sqrt{x^2 + a^2}\right)$$

dir. V'nin değerini hesaplayarak

$$V = \frac{k_e Q}{\ell} \ln\left(\frac{\ell + \sqrt{\ell^2 + a^2}}{a}\right) \qquad (25.24)$$

buluruz.



Şekil 25.17 ℓ uzunluğunda düzgün dağılmış çizgisel yükü olan bir çubuk x ekseni boyunca yerleştirilmiştir. P'deki potansiyeli hesaplamak için, çizgisel yük her biri $dq = \lambda\, dx$ yüküne sahip dx uzunluklu parçacıklara bölünür.

ÖRNEK 25.8 Düzgün Yüklenmiş Bir Kürenin Potansiyeli

Düzgün dağılmış pozitif bir yük yoğunluğuna sahip, toplam yükü Q olan R yarıçaplı yalıtkan bir küre veriliyor. (a) Kürenin *dışındaki* bir noktada, yani $r > R$ de elektriksel potansiyeli bulunuz. $r = \infty$ da potansiyeli sıfır olarak alınız.

Çözüm Örnek 24.5'te, Gauss yasasından faydalanarak, düzgün yüklü R yarıçaplı bir kürenin *dışındaki* bir noktada elekrik alanın büyüklüğünü,

$$E_r = k_e \frac{Q}{r^2} \qquad (r > R \text{ için})$$

olarak bulmuştuk. Burada Q pozitif olduğunda elektrik alan radyal olarak dışarı doğrudur. Şekil 25.18'deki gibi, daha dışardaki bir B noktasında elektriksel potansiyeli elde etmek için, E'nin bu değerini Eşitlik 25.4'te yerine yazarız. $\mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = E_r\, dr$ olduğundan,

$$V_B = -\int_{\infty}^{r} E_r\, dr = -k_e Q \int_{\infty}^{r} \frac{dr}{r^2}$$

$$V_B = k_e \frac{Q}{r} \qquad (r > R \text{ için})$$

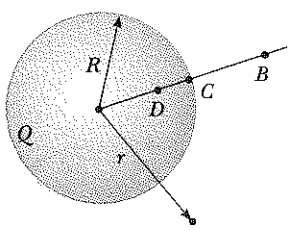
elde ederiz. Bu sonucun, bir noktasal yükün elektriksel potansiyeline eşdeğer olduğuna dikkat ediniz. (Eşitlik 25.11)

$r = R$'de potansiyel sürekli olması gerektiğinden, bu eşitliği, kürenin yüzeyindeki potansiyeli elde etmede kullanabiliriz. Yani, Şekil 25.18'deki gibi örneğin bir C noktasındaki potansiyel,

$$V_C = k_e \frac{Q}{R} \qquad (r = R \text{ için})$$

ile verilir.

(b) Yüklü kürenin *içindeki* bir noktada elektriksel potansiyeli bulunuz, Yani $r < R$ için.



Şekil 25.18 Toplam yükü Q olan R yapıçaplı düzgün olarak yüklenmiş izole bir küre. B ve C noktalarındaki elektriksel potansiyel, küre merkezinde bulunan noktasal Q yükünün oluşturduğu potansiyele eşdeğerdir, fakat bu D noktası için doğru değildir.

Çözüm Örnek 24.5'te, düzgün yüklü, yalıtkan bir kürenin *içindeki* elektrik alanı,

$$E_r = \frac{k_e Q}{R^3} r \qquad (r < R \text{ için})$$

olarak bulmuştuk.

Bu sonucu ve Eşitlik 25.3'ü kullanarak kürenin içindeki bir D noktasında, $V_D - V_C$ potansiyel farkını hesaplayabiliriz:

$$V_D - V_C = -\int_R^r E_r\, dr = -\frac{k_e Q}{R^3}\int_R^r r\, dr = \frac{k_e Q}{2R^3}(R^2 - r^2)$$

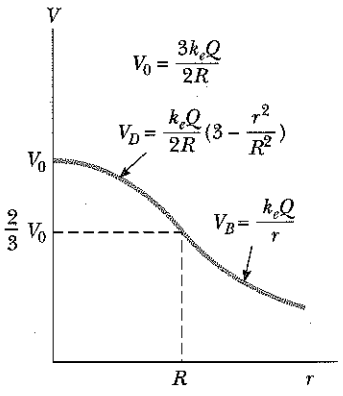
$V_C = k_e Q/R$ değerini bu ifadede yerine koyarak V_D'yi çözdüğümüzde,

$$V_D = \frac{k_e Q}{2R}\left(3 - \frac{r^2}{R^2}\right) \qquad (r < R \text{ için}) \qquad \textbf{(25.25)}$$

elde ederiz. $r = R$ de bu ifade, yüzeydeki potansiyel için bulunan V_C değeri ile tam olarak uyuşur. Bu yük dağılımı için V'nin r'ye göre grafiği Şekil 24.19'daki gibidir.

Alıştırma Düzgün yüklü bir kürenin merkezindeki elektrik alan ve elektriksel potansiyel ne kadardır?

Cevap $r = 0$ da $E = 0$ ve $V_0 = 3k_e Q/2R$.

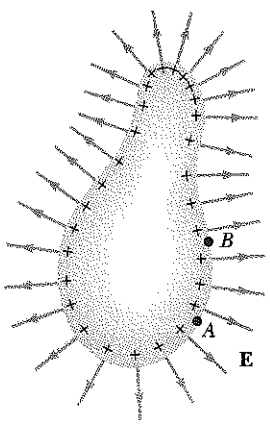


Şekil 25.19 R yarıçaplı, yalıtkan, yükleri düzgün dağılmış bir kürenin merkezinden olan r uzaklığına göre V potansiyelinin grafiği. Küre içindeki V_D'nin eğrisi parabolik olup, kürenin dışındaki V_B'nin hiperbolik eğrisi ile yumuşak bir şekilde birleşir. Kürenin merkezinde potansiyel V_0 maksimum değerine sahiptir, bu grafiği, düşey eksen etrafında döndürerek (Şekil 25.7 ve 25,8'e benzeyen) üç boyutlu yapabilirdik.

25.6 YÜKLÜ BİR İLETKENİN POTANSİYELİ

Bölüm 24.4'te, denge durumundaki bir katı iletken net bir yük taşıdığı zaman, yükün, iletkenin daima dış yüzünde toplandığını bulmuştuk. Dahası, denge durumundaki bir iletkenin yüzeyinin hemen dışında elektrik alanın, yüzeye dik olduğunu; fakat iletkenin *içinde* sıfır olduğunu gösterdik.

Şimdi, **denge durumundaki yüklü bir iletkenin yüzeyi üzerindeki her bir noktanın aynı potansiyelde** olduğunu gösterelim. Bir yüklü iletkenin yüzeyi üzerinde A ve B gibi iki nokta alalım Şekil 25.20. Yüzey üzerinde bu noktaları birleştiren bir yol boyunca **E** her zaman $d\mathbf{s}$ yerdeğiştirmesine diktir. Dolayısıy-



Şekil 25.20 Rastgele biçimde pozitif yük taşıyan bir iletken. İletken elektrostatik dengede iken, bütün yükler iletken yüzeyinde toplanır. İletkenin içinde $\mathbf{E} = 0$ dır ve iletkenin hemen dışındaki elektrik alan, iletken yüzeyine diktir. İletkenin içindeki potansiyel sabittir ve yüzeydeki potansiyele eşittir. Yüzeydeki yük yoğunluğunun düzgün olmadığını gösteren + işaretler arasındaki uzaklıklara dikkat edin.

le $\mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = 0$ olur. Bu sonucu ve Eşitlik 25.3'ü kullanarak, A ve B noktaları arasındaki potansiyel farkının sıfır olduğu sonucuna varırız. Yani,

$$V_B - V_A = -\int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = 0$$

olur. Bu sonuç, yüzey üzerindeki *herhangi* iki noktaya da uygulanabilir. Buna göre, denge durumunda, yüklü bir iletkenin yüzeyinin her yerinde V potansiyeli sabittir. Yani,

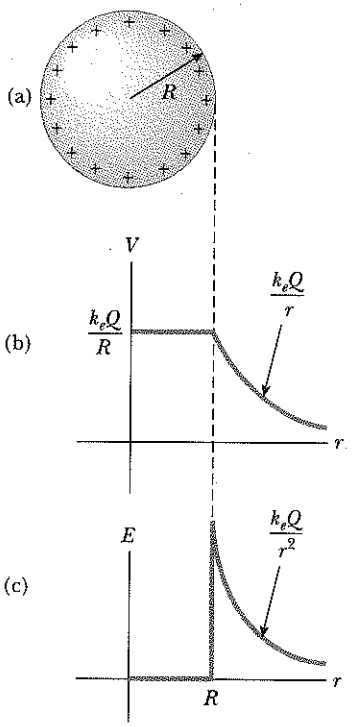
denge durumundaki herhangi bir yüklü iletkenin yüzeyi, eşpotansiyel yüzeydir. Dahası, iletkenin içindeki elektrik alan sıfır olduğundan iletkenin içindeki her yerde $E_r = -dV/dr$ bağıntısından, potansiyelin sabit ve yüzeydeki değere eşit olduğu sonucuna varırız.

Bir yüklü iletkenin yüzeyi, eşpotansiyelli bir yüzeydir.

Bu, elektrik alan için doğru olduğundan, bir deneme yükünü, yüklü bir iletkenin içinden yüzeyine götürmek için hiç bir iş yapılması gerekmez.

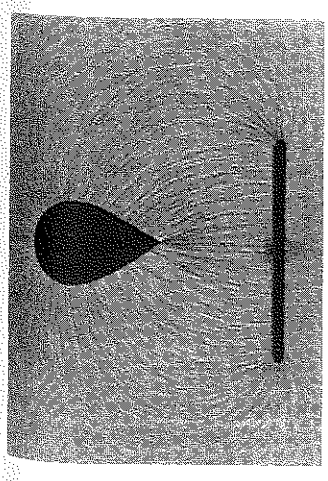
Şekil 25.21a'da görüldüğü gibi toplam Q pozitif yüküne sahip R yarıçaplı bir metal iletken küreyi inceliyelim. Yüklü kürenin dışında elektrik alan k_eQ/r^2 dir ve dışarıya yöneliktir. Örnek 25.8'i izleyerek kürenin içinde ve yüzeyindeki potansiyelin sonsuzdaki bir noktaya göre k_eQ/R olması gerektiğini görüyoruz. Kürenin dışındaki potansiyel k_eQ/r dir. Şekil 25.21b, r'nin fonksiyonu olarak potansiyelin grafiğidir, Şekil 25.21c ise, elektrik alanın r'ye göre değişimini gösterir.

Şekil 25.21a'da görüldüğü gibi, küresel iletken üzerine net bir yük konulduğu zaman, yüzey yük yoğunluğu düzgün olur. Ama, iletken, Şekil 25.20'deki gibi küresel değilse, eğrilik yarıçapının küçük ve tümsek olduğu yerlerde yüzey yük yoğunluğu büyük (Bölüm 24.4 devredildiği gibi), eğrilik yarıçapının küçük ve çukur olduğu yerlerde yüzey yük yoğunluğu küçüktür. Yüklü bir iletkenin hemen dışında elektrik alan yüzeysel yük yoğunluğu (σ) ile orantılı olduğundan, **küçük tümsek eğrilik yarıçapı olan yerlerde elektrik alan büyük olur ve sivri noktalarda çok daha yüksek değerlere ulaşır.**

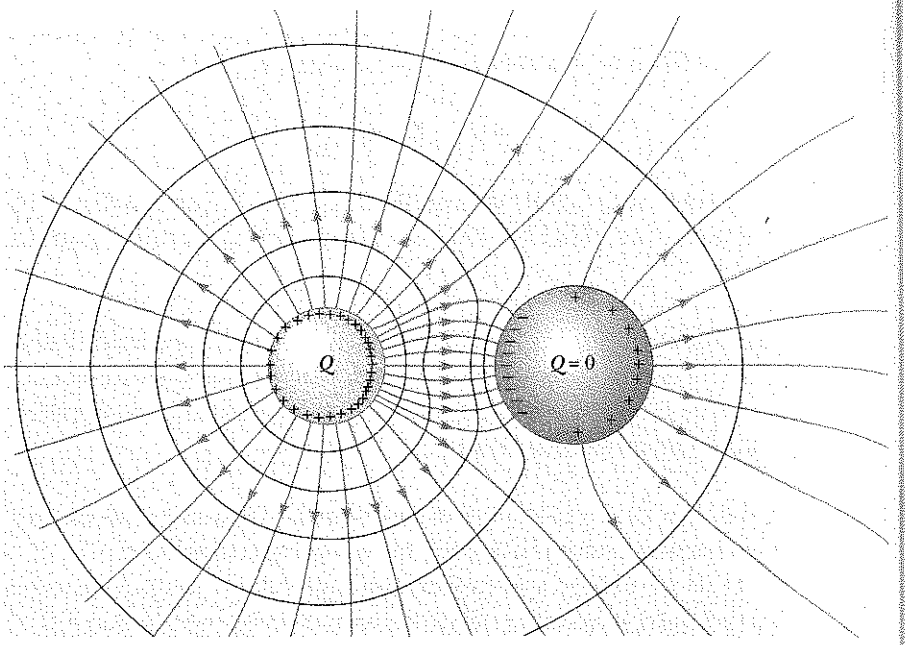


Şekil 25.21 (a) R yarıçaplı iletken bir küre üzerindeki fazla yükler, yüzeyde düzgün olarak dağılır. (b) elektriksel potansiyelin, yüklü iletken kürenin merkezinden olan uzaklığına göre eğrisi (c) Elektrik alan şiddetinin, yüklü iletken kürenin merkezinden olan r uzaklığına göre grafiği.

Şekil 25.22, birinin net yükü Q ve diğerinin net yükü sıfır olan iki küresel iletkenin çevresindeki elektrik alanı göstermektedir. Burada da yüzeysel yük yoğunluğu her iki iletken küre üzerinde de *düzgün değildir.* Net yükü sıfır olan büyük iletken kürenin (sağ taraftaki) yüklü küreye bakan yüzü indüklenme (tesirle elektriklenme) nedeniyle negatif olarak, karşı (arka) yüzü ise pozitif



Yüklü bir iletken plakanın yakınında, zıt yüklerle yüklenmiş bir iletkenin elektrik alan deseni. Yağ içinde asılı küçük iplik parçaları elektrik alan çizgileri gibi dizilirler. İletkenin sivri kısmı yakınında elektrik alan çok yoğundur, diğer noktalarda ise elektrik alan zayıftır. (*Harold M. Waaga, Princeton University'nin izniyle*)

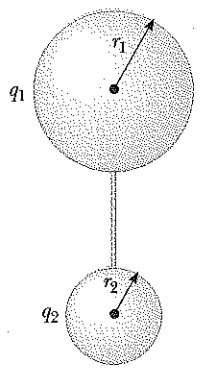


Şekil 25.22 İki iletken küre etrafındaki elektrik alan çizgileri (kırmızı çizgiler). Küçük iletken küre üzerinde net yük Q ve büyük küre üzerinde net yük sıfırdır. Mavi çizgiler, eşpotansiyel yüzeylerin kenarlarını temsil eder.

olarak yüklenir. Şekil 25.22'de gösterilen mavi çizgiler, bu yük düzeni için eşpotansiyel yüzeylerin sınırlarını belirtir. Elektrik alan çizgileri her zaman iletken yüzeylerine her noktada diktir ve alan çizgileri de her yerde eş potansiyelli yüzeylere dik olur. Bu iletkenlerin bölgesinde bulunan bir pozitif yükü hareket ettirmeye çalıştığımızda yükün hareketi, düz bir tepe üzerinden (soldaki iletkenin temsili) düşen ve diğer düz yüzeye sahip tepenin alt kısmındaki kenarından (sağdaki iletkenin temsili) tırmanan bir bilyanın yuvarlanmasına benzer.

ÖRNEK 25.9 Birbirine Bağlı iki Yüklü Küre

Yarıçapları r_1 ve r_2 olan iki iletken küre, her ikisinin yarıçapından daha büyük bir uzaklıkta, birbirinden ayrılmıştır. Küreler Şekil 25.23'teki gibi, bir iletken telle birbirlerine bağlıdır. Denge durumunda küreler üzerindeki düzgün dağılmış yükler sırayla q_1 ve q_2 ise, kürelerin yüzeyindeki elektrik alan şiddetlerinin oranını bulunuz.



Şekil 25.23 İletken bir telle bağlı iki yüklü küresel iletken. Kürelerin her ikisi de *aynı* V potansiyelindedir.

Çözüm Küreler bir iletken telle birbirlerine bağlı olduğundan her ikisi de aynı V potansiyelinde olmalıdır, yani

$$V = k_e \frac{q_1}{r_1} = k_e \frac{q_2}{r_2}$$

dir. Buna göre yüklerin oranı,

$$(1) \qquad \frac{q_1}{q_2} = \frac{r_1}{r_2}$$

olur. Küreler birbirlerinden çok uzakta olduğundan yüzeyleri düzgün olarak yüklenir ve bunların yüzeyindeki elektrik alanları

$$E_1 = k_e \frac{q_1}{r_1^2} \quad \text{ve} \quad E_2 = k_e \frac{q_2}{r_2^2}$$

şeklinde yazılabilir. Bu iki alanın oranı alınıp (1) ifadesini kullanarak,

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{r_2}{r_1}$$

buluruz. Böylece, küçük kürenin çevresinde alan çok daha kuvvetli iken, her iki kürenin elektriksel potansiyeli aynıdır.

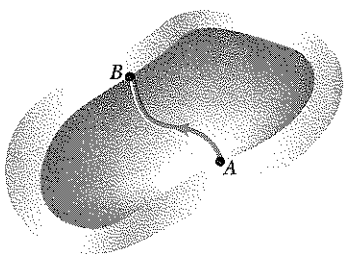
İletken İçindeki Bir Oyuk

Şekil 25.24'teki gibi, içinde bir oyuk bulunan rastgele bir iletkeni ele alalım. Oyuk içinde yük bulunmadığını varsayalım. İletkenin dış yüzeyindeki yük dağılımına bakmaksızın, **bu durumda oyuğun içindeki elektrik alanın sıfır olması** gerektiğini göstereceğiz. Biraz daha ileri giderek, bu iletkenin dışında bir elektrik alan bulunsa bile, oyuğun içindeki alan sıfırdır.

Bu durumu ispat etmek için, iletken üzerinde her noktanın aynı potansiyelde olduğu gerçeğini kullanacağız; çünkü bu durumda oyuğun yüzeyi üzerinde A ve B gibi iki noktanın potansiyeli aynı olmalıdır. Şimdi, oyuğun içinde bir $\mathbf{E}$ elektrik alanı bulunduğunu varsayarak Eşitlik 25.3'teki $V_B - V_A$ potansiyel farkını,

$$V_B - V_A = -\int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$$

tanımından hesaplayalım. $\mathbf{E}$ sıfır değilse, A ve B arasında $\mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$'yi her zaman pozitif yapacak bir yol ($d\mathbf{s}$) bulunabilir; o zaman integral de pozitif olmalıdır. Fakat, $V_B - V_A = 0$ olduğundan iletken üzerindeki herhangi iki nokta arasındaki tüm yollar için $\mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$ integrali de sıfır olmalıdır. Bu da $\mathbf{E}$'nin her yerde sıfır olduğunu ima eder. Çelişkili durum ancak, oyuğun içinde $\mathbf{E} = 0$ olması durumunda giderilebilir. O halde, oyuk içinde hiç bir yük bulunmadıkça, iletken duvarlarla çevrilen bir oyukta alan olamayacağı sonucuna varırız.



Şekil 25.24 Bir oyuk içeren elektrostatik dengedeki bir iletken. İletken üzerinde yük bulunmasına karşın oyuğun içindeki elektrik alan *sıfırdır.*

Korona Boşalması

Korona yük boşalması denen bir olay, çoğu kez yüksek-voltaj güç hatları gibi iletkenlerin yakınında gözlenir. İletkenin yakınındaki elektrik alan yeterince büyükse, elektronlar hava moleküllerinden ayrılır. Bu durum moleküllerin iyonlaşmasına neden olduğundan havanın iletkenliği artar. Gözlenen ışıma (veya Korona boşalması), iyonize olmuş hava molekülleri ile serbest elektronların tekrar birleşimi sonucunda ortaya çıkmaktadır. İletken düzensiz biçimli ise, elektrik alan iletkenin kenarlarında veya sivri uçları yakınında çok yüksek değerler almakta ve sonuçta muhtemelen iyonizasyon olayı ve Korona boşalmasıda bu noktaların civarında meydana gelmektedir.

Sınama Sorusu 25.4

(a) Elektriksel potansiyelin sıfır olmadığı bir yer yerde elektrik alanın büyüklüğünün sıfır olması mümkün müdür? (b) Elektrik alanın sıfırdan farklı olduğu bir yerde, elektriksel potansiyel sıfır olabilir mi?

Seçmeli Kesim

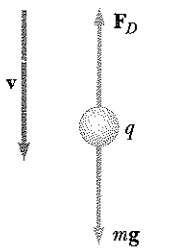
25.7 MILLIKAN'IN YAĞ DAMLASI DENEYİ

1909 ile 1913 tarihleri arasında, Robert Millikan bir seri mükemmel deney yaptı. Bu deneylerde, elektronun elemanter yükü e'yi ölçtü ve elektronik yükün kuantize doğasını belirledi. Millikan'ın kullandığı deney düzeneği, iki paralel metal plakadan ibarettir ve Şekil 25.25'te gösterilmiştir. Bir püskürtücü ile yüklenmiş yağ damlaları, üst plakadaki bir delikten geçmesi sağlanır. Yağ damlacıklarını aydınlatmak için yatay doğrultuda (şekilde gösterilmemiş) bir ışık demeti kullanılır. Damlalar, bir teleskopla gözlenir. Teleskopun ekseni, ışık demetiyle dik açı yapar. Damlacıklar bu düzende gözlendiğinde, karanlık zeminde parlayan bir yıldız gibi görünürler. Dolayısıyle damlaların düşüş hızı tayin edilebilir.[4]

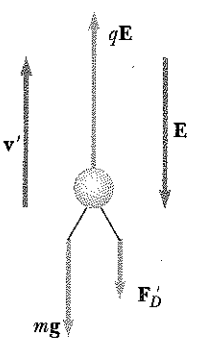
Kütlesi m, taşıdığı yük q olan bir tek damlanın gözlendiğini varsayalım. Damlanın yükü negatif olsun. Levhalar (plaka) arasında bir elektrik alan yoksa, Şekil 25.26a'da gösterildiği gibi, yük üzerine etki eden iki kuvvet vardır. Aşağı doğru damlacığın mg ağırlığı ve yukarı doğru F_D viskos sürüklenme kuvvetidir. Sürüklenme kuvveti damlanın hızı ile orantılıdır. Damla v limit hızına ulaşınca her iki kuvvet birbirlerini dengeler ($mg = F_D$).

Şimdi, üstteki plaka daha yüksek potansiyelde olacak şekilde plakaları bataryaya bağlayarak plakalar arasında bir elektrik alan oluştuğunu farzedelim. Bu durumda üçüncü bir kuvvet $q\mathbf{E}$, yüklü damla üzerine etkir. q negatif ve $\mathbf{E}$ *aşağı yönlü* olduğundan, elektriksel kuvvet Şekil 25.26b'deki gibi *yukarı yönlüdür.* Bu kuvvet yeterince büyükse, damla yukarı doğru hareket edecek ve $\mathbf{F}'_D$ sürüklenme kuvveti aşağı yönde etkiyecektir. Yukarı yöndeki $q\mathbf{E}$ elektriksel kuvvet aşağı yönlü olan sürüklenme kuvveti ile ağırlığın toplamını dengelediğinde damla, yeni bir v' limit hızına ulaşır.

Alan kurulduğunda (varken) damla, saniyede yaklaşık santimetrenin *yüzde biri* kadar bir hızla yavaşca yukarı doğru hareket eder. Bu değer alanın olmadığı durumdaki düşüş hızına yakındır. Böylece, elektrik alanı basitçe açıp kapatarak sabit kütle ve yarıçaplı damlacığın yukarı yada aşağı yönlü hareketi saattlerce takip edilebilir.

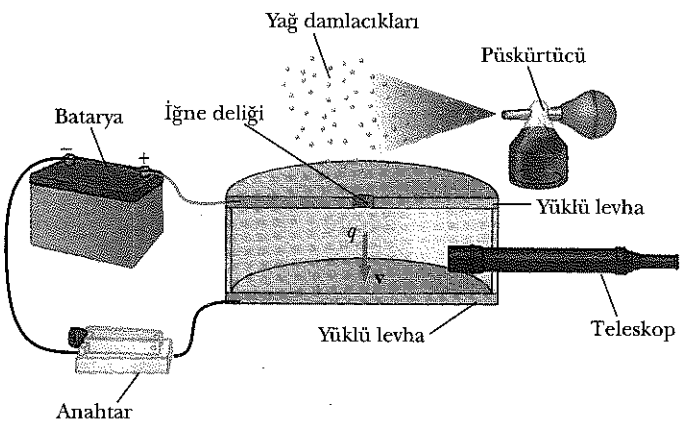


(a) Alan yokken



(b) Alan varken

Şekil 25.26 Millikan deneyinde negatif yüklü yağ damlacığına etkiyen kuvvetler



Şekil 25.25 Millikan yağ damlası deney düzeneğinin şematik görünüşü.

[4] Bir zamanlar yağ damlacıklarına "Millikan'ın parlayan yıldızları" denildi. Bu tanımlama belki de güncelliğini kaybetti. Çünkü yeni nesil Fizik öğrencileri Milikan deneyini tekrarlarken, sancıları, az görme ve başağrıları v.s. tutar.

Binlerce damlacık üzerinde yapılan ölçümlerden sonra, Milikan ve çalışma arkadaşları, bütün damlacıkların %1 hata ile, e elementer yükünün tam katları kadar yüke sahip olduğunu buldular. Yani,

$$q = ne \qquad n = 0, -1, -2, -3, \ldots$$

dir. Burada, $e = 1{,}60 \times 10^{-19}$ C'dir. Milikan deneyi, yükün kuantımlu oluşumunun kesin bir delilidir. Milikan, 1923 yılında bu çalışmasından dolayı Nobel ödülü ile ödüllendirilmiştir.

Seçmeli Kesim

25.8 ELEKTROSTATİĞİN UYGULAMALARI

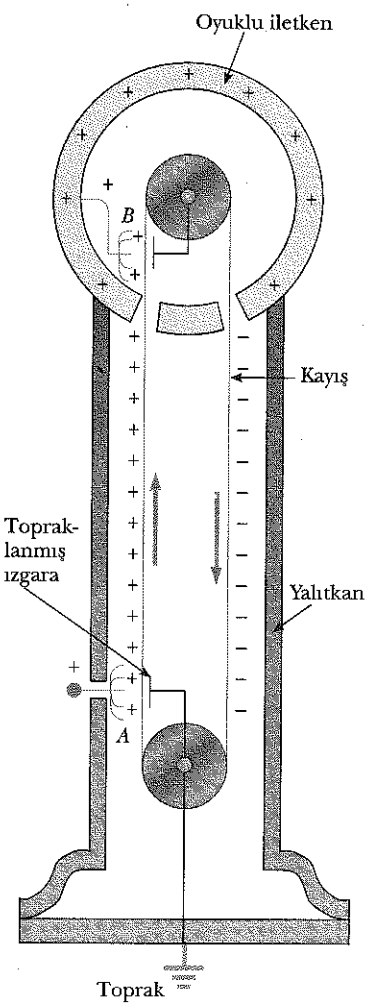
Elektrostatiğin pratik uygulamaları, paratoner ve elektrostatik çökelticiler gibi benzer aletlerde ve xerograpy (fotokopinin özü) ve otomobillerin boyanması gibi aygıtlarda görülmektedir. Elektrostatik ilkelerini temel alan bilimsel aygıtlardan bazları, elektrostatik jeneratörlerler, alan-iyon mikroskopu ve iyon-sürücülü roket motorlarıdır.

Van de Graaff Üreteci

Bölüm 24.5'te, içi boş bir iletkene yük aktarma yöntemini gösteren bir deneyi (Faraday'ın buz-kovası deneyi) tanıttık. Yüklü bir iletken, içi boş (oyuklu) bir iletkene içeriden temas edecek şekilde konulduğunda birinci iletkenin bütün yükü boş iletkene aktarılır. İlke olarak, içi boşluk olan iletkendeki yük ve bu yükün elektriksel potansiyeli, böyle bir işlem tekrarlanarak sınırsız bir şekilde artırılabilir.

1929 yılında Robert J. Van de Graaff, (1901-1967) bu prensibi kullanarak elektrostatik jeneratörü (üreteci) tasarladı ve yaptı. Bu tür jeneratörler nükleer fizik araştırmalarında yoğun bir şekilde kullanılır. Van de Graaff jeneratörünün ana fikri Şekil 25.27'de tanıtılmıştır. Yalıtkan bir maddeden yapılan hareketli bir kayış üzerindeki yüksek voltaj elektroduna sürekli olarak yük verilir. Yüksek voltaj elektrodu, yalıtkan bir destek sütun üzerine monte edilen içi boş olan bir iletken küredir. Kayış, topraklanmış bir kafes ve tarak şekilli metalik parça arasında corona deşarjı yolu ile yüklenir. Tarak veya fırça şekilli metalik parçalar kayışı yaklaşık olarak 10^4 V'luk pozitif bir potansiyelede tutarlar. Hareketli kayış üzerindeki bu pozitif yük, B'deki ikinci metalik tarak vasıtasıyla yüksek voltaj elektoduna aktarılır. İçi boş olan iletken içinde elektrik alan ihmal edilebilir olduğundan kayış üzerindeki pozitif yük, potansiyleline bakılmaksızın kolayca yüksek voltaj elektroduna aktarılır. Pratikte, hava ortamına elektriksel boşalma oluncaya kadar, yüksek voltaj elektrodunun potansiyelini yükseltmek mümkündür. Hava içinde "boşalım" elektrik alanı yaklaşık 3×10^6 V/m'ya 1 m yarıçapındaki kürenin en fazla 3×10^6 V'luk potansiyele kadar yükseltilebilir. Bu potansiyel, sistemin tamamı yüksek basınçlı bir gaz ile doldurulmuş kap içine konarak ve içi boş iletkenin yarıçapını büyüterek daha da yüksek değerlere çıkartılabilir.

Van de Graaff üreteçleri, 20 milyon volta kadar potansiyel farkı üretebilirler. Böyle bir potansiyel farkına kadar hızlandırılan proton'lar yeterli miktarda enerji alarak, protonlarla çeşitli hedef çekirdekleri arasında nükleer reaksiyonları başlatırlar. Daha küçük jeneratörler ekseriya fen laboratuvarlarında ve müzelerde görülebilir. Yerden yalıtılmış durumda olan bir kişi, Van de Graaff jeneratörünün küresine dokunursa, vücudu da jeneratördeki yüksek elektriksel potansiyele erişir. Saçları da net pozitif yükle yüklenir ve saç telleri bir-



Şekil 25.27 Van de Graaff jeneratörünün şematik görünüşü. Üstteki içi boş iletkene hareketli kayış vasıtasıyla yük aktarılır. Yük A'da kayış üzerinde toplanır ve B noktasındaki içi boş iletkene aktarılır.

birini iterek diken diken olur. Böyle bir durum, bu bölümün ilk sayfasında Jennifer'in fotoğrafında görülmektedir. Bu gösterimde kişi yerden yalıtılmış olması kaydı ile, küredeki (1μC mertebesinde) toplam yük oldukça küçük olduğundan küreyi elleriyle tutan kişi emniyettedir. Eğer bu miktardaki yük, kazara küreye dokunan kişi üzerinden yere akarsa, bu miktardaki akım hiç bir zarar vermez.

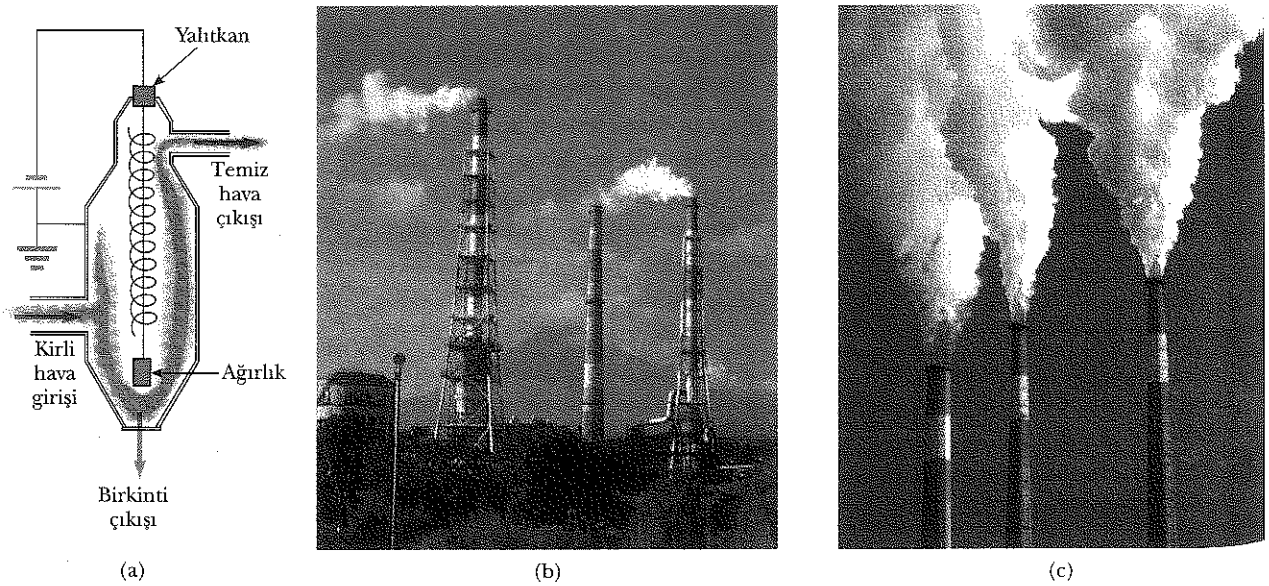
Elektrostatik Çökeltici

Ev Deneyi

Açık bir kabın içine bir miktar biber ve tuz serpin ve ikisini beraberce karıştırın. Şimdi bir tarakla saçınızı bir kaç defa çekerek tarayın ve tarağı 1 cm kadar biber ve tuz karışımna yaklaştırın. Ne olur? Bir elektrostatik çökelticinin çalışması ile ilgili burada nasıl ve ne olmuştur?

Gazlardaki elektriksel boşalımın önemli bir uygulaması da *elektrostatik çökeltici* denilen aygıtlardır. Bu aygıtlar, yanıcı gazlardan bazı belirli maddeleri ayırmakta kullanılır. Bu suretle hava kirliliği azaltılır. Bunlar, fazla miktarda duman üreten endüstriyel fabrikalarda ve bilhassa kömür yakılarak elektrik üreten santrallerde çok yararlıdır. Şu anda kullanılan sistemler, duman içinde bulunan toz küllerin ağırlıkca %99'dan daha fazlasını süzebilmektedir.

Şekil 25.28a elektrostatik çökelticiyi şematik olarak göstermektedir. Yüksek voltaj (40 kV dan 100 kV'a kadar), borunun (kanalın) merkezinden aşağı doğru inen çıplak bir telle, topraklanmış dış duvar arasına uygulanır. Tel duvara göre negatif potansiyelde tutulur, böylece elektrik alan tele doğru yönelir. Telin etrafındaki elektrik alan yeterince yüksek bir değere ulaşırsa, telin çevresinde bir corona elektrik boşalması meydana gelir ve pozitif iyonlar, elektronlar ve O_2 gibi negatif iyonlar oluşur. Elektronlar ve negatif iyonlar, düzgün olmayan elektrik alan tarafından kanalın dış duvarına doğru hızlanırken, akan gaz içindeki kirli parçacıklar, çarpışmalarla ya da iyon yakalamak suretiyle yüklenirler. Yüklü kirli parçacıkların çoğu negatif olduğundan, bunların çoğu elektrik alan tarafından dış duvara doğru çekilirler. Periyodik olarak kanalın sarsılması sonucu bazı parçacıklar aşağı düşer ve altta toplanır.



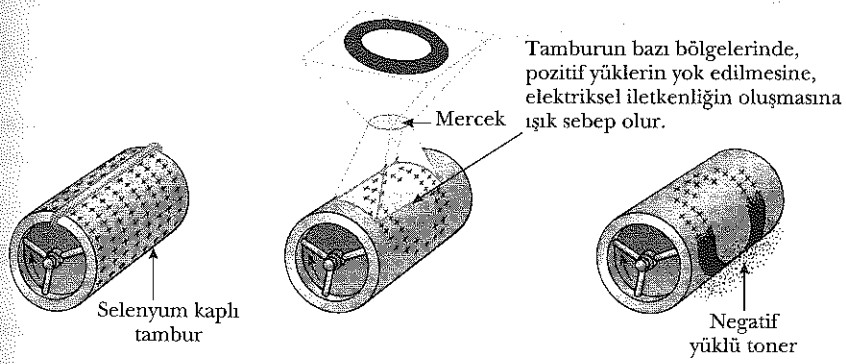
Şekil 25.28 (a) Elektrostatik çökelticinin şematik çizimi. Merkezdeki tele uygulanan negatif yüksek voltaj, telin civarında elektrik boşalımı (deşarjı) yaratır. Elektrostatik çökelticinin (b) çalıştığında, (c) çalışmadığında, hava kirliliğini karşılaştırınız. (*b, Rei O'Hara/Black Star/PNI; c, Greig Cranna/Stock, Boston/PNI*)

Elektrostatik çökeltici, atmosferdeki belirli maddelerin miktarını azaltması yanında (Şekil 25.28b ve c'yi karşılaştırın), altta toplanan metal oksit yapıdaki değerli maddelerin yeniden elde edilmesini de sağlar.

Xerografi

Xerografinin[5] temel fikri Chester Carlson tarafından geliştirilerek 1940 yılında xerografi gelişiminin patenti alınmıştır. Bu gelişimi eşsiz kılan, görüntü oluşturmak üzere bir foto-iletken madde kullanılmasıdır. (Foto-iletken, karanlıkta zayıf bir iletkendir, fakat üzerine ışık düşürüldüğünde iyi bir elektriksel iletken olan maddedir.)

Xerografik süreç Şekil 25.29a ile d arasında gösterilmiştir. Önce bir silindir veya plakanın yüzeyi karanlıkta ince film halindeki foto-iletken madde ile (genellikle selenyum veya selenyum birleşikleri) kaplanır ve bu foto-iletken yüzeye pozitif elektrostatik yük verilir. Sonra kopye edilecek sayfanın görüntüsü bir mercek vasıtasıyla yük verilmiş yüzey üzerine (aydınlatılma) düşürülür. Foto-iletken yüzey, sadece ışığın çarptığı alanda iletken olur. Bu alanlarda, ışık, fotoiletken yüzey üzerinde yüklü taşıyıcılar oluşturur. Bu yüklü taşıyıcılar


Tamburun bazı bölgelerinde, pozitif yüklerin yok edilmesine, elektriksel iletkenliğin oluşmasına ışık sebep olur.
Mercek
Selenyum kaplı tambur
Negatif yüklü toner

(a) Tamburun yüklenmesi (b) Dokümanın görüntülenmesi (c) Toner uygulanması

(d) Tonerin kağıda aktarılması (e) Laser yazıcı tamburu

Şekil 25.29 Xerografik süreç (a) Foto-iletken tanbur yüzeyi pozitif olarak yüklenir. (b) Işık kaynağı ve mercek kullanarak yüzeyde, gizli (saklı) pozitif yükler biçiminde görüntü oluşturulur. (c) Görüntü içeren yüzey, yalnız görüntünün bulunduğu alana yapışan yüklü bir tozla (toner) ile kaplanır. (d) Boş bir kağıt yüzey üzerine konularak pozitif yük verilir. Bu, görünen görüntüyü negatif yüklü toz parçacıklarının hareketi ile kağıda aktarır, en sonunda, tozun kağıtta "kalıcı" olması için ısıl-işlem yapılır. (e) Açılıp ve kapanan lazer hüzmesinin, dönen selenyum kaplı tambur boyunca süpürüp geçerek görüntüyü oluşturması dışında, bir laser yazıcısı benzer şekilde çalışır.

[5] Bu kelimenin başındaki *xero-* terimi yunanca "*kuru*" anlamına gelir. Xerografinin hiç bir yerinde sıvı mürekkebin kullanılmadığına dikkat ediniz.

da pozitif yüklü fotoiletken yüzeyi nötürleştirir. Fakat ışığın düşmediği veya ışıkla aydınlatılamayan karanlık alanlardaki foto-iletken üzerinde daima yükler kalır. Pozitif yüzey yükü biçiminde dağılan bu kalan yükler, geride cismin gizli bir görüntüsünü bırakırlar.

Bundan sonra, foto-iletken yüzey üzerine toner denilen negatif yüklü toz kaplanır. Bu yüklü toz sadece pozitif yüklü görüntü içeren yüzey bölgesine yapışır. Bu durumda görüntü, görünür hale gelir. Daha sonra toner (bu görüntü) pozitif yüklü beyaz bir tabaka kağıdın yüzeyine aktarılır.

Son olarak beyaz kağıt tabaka üzerindeki toner maddesi, kağıt yüzeyine uygulanan ısıl işlemle "sabit" (kalıcı) hale getirilir. Bu süreç, orjinalin kalıcı bir kopyesi ile sonuçlanır.

Fotoiletkeni aydınlatmada bir mercek yerine bilgisayardan yönlendirilen laser hüzmesinin kullanılması hariç, bir lazer yazıcısı (Şekil 25.29e) aynı ilke ile çalışmaktadır.

ÖZET

Bir **E** elektrostatik alan içinde pozitif q_0 deneme yükü A ve B noktaları arasında hareket ettiğinde, **potansiyel enerjideki değişim**

$$\Delta U = -q_0 \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} \tag{25.1}$$

olarak verilir. $V = U/q_0$ **elektriksel potansiyel** skaler bir niceliktir ve birimi J/C olarak tanımlanan 1 volt (V)'dur. Burada 1 J/C ≡ 1 V.

Bir **E** elektrostatik alanında A ve B noktaları arasındaki ΔV **potansiyel farkı**, potansiyel enerjideki değişimin q_0 deneme yüküne bölümü olarak tanımlanır:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q_0} = -\int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} \tag{25.3}$$

Düzgün bir **E** elektrik alan içinde A ve B gibi iki nokta arasındaki potansiyel farkı,

$$\Delta V = -Ed \tag{25.6}$$

olarak verilir. Burada d, **E**'ye *paralel* doğrultuda yerdeğiştirmedir.

Eşpotansiyel yüzeyler; her noktasında elektriksel potansiyelin sabit olduğu yüzeylerdir. Eşpotansiyel yüzeyler daima elektrik alan çizgilerine *diktir.*

$r_A = \infty$'da $V = 0$ olarak tanımlanırsa noktasal bir q yükünün, kendisinden herhangi bir r uzaklıkta oluşturduğu potansiyel,

$$V = k_e \frac{q}{r} \tag{25.11}$$

ile verilir. Bir grup noktasal yüklerin oluşturduğu potansiyel, yüklerin tek tek oluşturduğu potansiyelin toplamı alınarak elde edilir.

Birbirinden r_{12} uzaklığı ile ayrılan **bir çift nokta yükün potansiyel enerjisi,**

$$U = k_e \frac{q_1 q_2}{r_{12}} \tag{25.13}$$

ile verilir. Bu eşitlik, yükler birbirinden sonsuz uzakta iken, aralarındaki uzaklığı r_{12} yapmak için gereken işi temsil eder. Noktasal yük dağılımının potansiyel enerjisi, Eşitlik 25.13'e benzeyen terimleri bütün *parçacık çiftleri* üzerinden toplayarak elde edilir.

TABLO 25.1 Çeşitli Yük Dağılımının Oluşturduğu Potansiyeller

Yük Dağılımı	Elektriksel Potansiyel	Durumu
a yarıçaplı düzgün yüklü dairesel bir halka	$V = k_e \dfrac{Q}{\sqrt{x^2 + a^2}}$	Halka ekseni üzerinde, merkezden x uzaklıkta
a yarıçaplı düzgün yüklü dairesel disk	$V = 2\pi k_e \sigma [(x^2 + a^2)^{1/2} - x]$	Diskin ekseni boyunca, merkezden x uzaklıkta
Toplam yükü Q, yarıçapı R olan düzgün yüklü *yalıtkan* bir küre	$V = k_e \dfrac{Q}{r}$	$r \geq R$
	$V = \dfrac{k_e Q}{2R}\left(3 - \dfrac{r^2}{R^2}\right)$	$r < R$
Toplam yükü Q, yarıçapı R olan yalıtılmış *iletken* bir küre	$V = k_e \dfrac{Q}{r}$	$r > R$
	$V = k_e \dfrac{Q}{R}$	$r \leq R$

Elektriksel potansiyel, x, y, z koordinatlarının fonksiyonu olarak biliniyorsa, elektrik alan bileşenleri, bu koordinatlara göre potansiyelin türevinin negatifini alarak elde edilebilir. Örneğin, elektrik alanın x bileşeni

$$E_x = -\frac{dV}{dx} \tag{25.16}$$

olur.

Sürekli yük dağılımının oluşturduğu elektriksel potansiyel

$$V = k_e \int \frac{dq}{r} \tag{25.19}$$

ile verilir.

Elektrostatik dengedeki yüklü bir iletkenin yüzeyindeki her nokta aynı potansiyeldedir. Dahası, potansiyel iletkenin içindeki her noktada sabittir ve yüzeyindeki değerine eşittir.

Bir çok yük dağılımının oluşturduğu potansiyel Tablo 25.1'de liste özetlenmiştir.

Problem Çözümünde İpuçları

Elektriksel Potansiyelin Hesaplanması

- Potansiyelin skaler bir büyüklük olduğunu (elektrik alanı gibi vektörel bir nicelik değil) unutmayın. Böylece potansiyelin hiç bir bileşeni bulunmaz. Buna göre, noktasal yüklerden oluşan bir sistemin bir noktada oluşturduğu elektriksel potansiyeli üst-üste binme ilkesini kullanarak hesaplamak için, basitçe her bir yükün oluşturduğu potansiyelin cebirsel toplamını alınız, fakat, yükün işaretine muhakkak dikkat ediniz. Her bir pozitif yükün potansiyeli ($V = k_e q/r$) pozitif, herbir negatif yükün potansiyeli negatiftir.
- Aynen yerçekimi potansiyel enerjisinde olduğu gibi, elektriksel potansiyeldeki *değişme* anlamlıdır, dolayısıyla potansiyelin sıfır olduğu

noktayı seçmek keyfidir. Noktasal yükler veya sonlu büyüklükteki yük dağılımı ile ilgilenirken çoğukere yüklerden sonsuz uzaklıktaki bir noktanın potansiyelini $V = 0$ olarak tanımlarız.

- Sürekli yük dağılımlarının bir P noktasında oluşturduğu potansiyel, yük dağılımı P noktasından r uzaklıkta bulunan sonsuz küçük dq yük elemanlarına bölünerek hesaplanabilir. Sonra, bu dq yük elemanını bir noktasal yük gibi kabul edip, P noktasında oluşturduğu potansiyeli $dV = k_e\, dq/r$ olarak alın. P noktasındaki toplam potansiyel, bütün yük dağılımı üzerinden dV integre edilerek elde edilir. Bir çok problemde integral alabilmek için, dq ve r'yi tek bir değişkenle ifade etmek gerekir. İntegral almayı basitleştirmek için, problemdeki geometrik yapıyı dikkatle göz önünde tutmak gerekir. Bu metodu kullanmak için Örnek 25.5'ten Örnek 25.7'ye kadar yapılan çözümleri dikkatlice gözden geçirmelisiniz.
- Sonlu-sürekli yük sağılımının oluşturduğu potansiyeli bulmada kullanılan başka bir metod da Eşitlik 25.3 ile verilen potansiyelin tanımı ile başlamaktır. $\mathbf{E}$ biliniyorsa ya da kolaylıkla elde edilebiliyorsa (Örneğin Gauss yasasından) o zaman $\mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$'nin çizgi integrali hesaplanabilir. Bu metodun bir uygulaması Örnek 25.8'de verilmiştir.
- Bir noktadaki elektriksel potansiyel biliniyorsa, elektrik alan, bir koordinata göre potansiyelin türevinin negatifine eşit olduğunu hatırlayarak, o noktadaki elektrik alanı elde etmek mümkündür. Bu yöntem Örnek 25.4'te gösterilmiştir.

SORULAR

1. Elektriksel potansiyel ile elektriksel potansiyel enerji arasındaki farkı kendi ifadenizle belirtiniz.
2. Düzgün bir elektrik alan yönünde negatif bir yük hareket etmektedir. Bunun potansiyel enerjisi azalır mı yoksa artar mı? Elektriksel potansiyel azalır mı yoksa artar mı?
3. Bir çift benzer yükün potansiyel enerjisinin pozitif, bir çift farklı işaretli yükün potansiyel enerjisinin negatif olduğu gerçeğinin fiziksel bir açıklamasını yapınız.
4. Düzgün bir elektrik alanı x eksenine paraleldir. Yük üzerinde hiç bir dış iş yapmadan yük, bu alan içinde hangi yönde yerdeğiştirme yapar?
5. Eşpotansiyel yüzeylerin elektrik alan çizgilerinin niçin her zaman dik olduğunu açıklayınız.
6. (a) Sonsuz bir çizgisel yük ve (b) düzgün yüklü küre için eşpotansiyel yüzeyleri tanıtın.
7. Statik şartlarda, iletken içindeki bütün noktaların niçin aynı potansiyelde bulunmak zorunda olduğunu açıklayınız.
8. Düzgün yüklenmiş bir kürenin içindeki boşlukta elektrik alan sıfırdır. Bu, küre içindeki potansiyelin de sıfır olduğu anlamına mı gelir? Açıklayınız.
9. Sonsuz uzaklıkta bir noktasal yükün potansiyeli sıfır olarak tanımlanır. $r = \infty$ da, niçin sonsuz çizgisel yükün potansiyelini sıfır olarak tanımlayamayız?
10. Şekil 25.23'teki gibi, farklı yarıçapta iki iletken küre, bir iletken telle birbirlerine bağlanmıştır. Hangi küre daha büyük bir yük yoğunluğuna sahiptir?
11. Van de Graaff üretecinin topuzundaki maksimum potansiyel nasıl artırılabilir?
12. Yüksek voltaj güç hatlarının kabloları etrafında bazen gözlenen kızıl ışığın sebebini açıklayınız.
13. Yüksek voltaj aletlerinde kullanılan iletkenlerin çok keskin kenarlı veya sivri uçlu olmalarından sakınmak neden önemlidir?
14. Rastgele oluşan elektrik alanlarda, elektronik devreleri ya da laboratuvarları nasıl perdelerdiniz? Niçin bu iş yapılır?
15. Çok şimşekli, yıldırımlı, fırtınalı bir havada metal gövdeli bir otomobil içinde oturmak dışarıya göre neden daha emindir?
16. Bir yün halı üzerinde dolaştıktan sonra bir kimseye dokunmak şok yaratabilir. Bunun neden oluşacağını açıklayınız.

PROBLEMLER

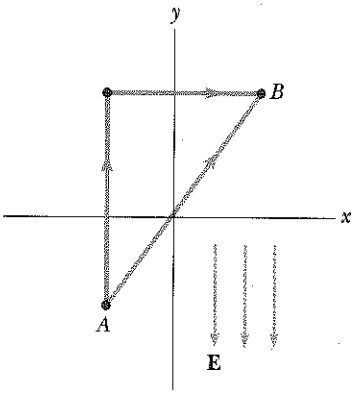
1, 2, 3 = kolay, orta, zorca; ☐ = Bu problemin tam çözümü *Öğrenci Çözümlü El Kitabı ve Çalışma Kılavuzu'nda* bulunabilir = Çözüm **http = // www.saunderscollege.com/physics/** de bulunabilir = Problemi çizmek için bilgisayar kullanmak faydalı olabilir = "Etkileşimli Fizik" paket programında bulunabilir ☐ = Sayısal/sembolik problem çifti

Kesim 25.1 Potansiyel Farkı ve Elektriksel Potansiyel

1. 9 V'luk elektriksel potansiyeldeki başlangıç noktasından, –5 V'luk potansiyele sahip bir noktaya Avagadro sayısı kadar elektron hareket ederse (bir batarya, jeneratör ya da diğer bir enerji kaynağı) tarafından ne kadarlık iş yapılır? (her bir durumda potansiyel, ortak referans noktasına göre ölçülüyor)
2. 115 V'luk potansiyel farkına kadar hızlandırılan bir iyonun, potansiyel enerjisindeki artış $7{,}37 \times 10^{-17}$ J oluyor. İyonun yükünü hesaplayınız.
3. (a) Durgun halden 120 V'luk potansiyel farkına kadar ivmelendirilen bir proton'un süratini hesaplayınız. (b) aynı potansiyel farkına kadar ivmelendirilen bir elektronun sürâtini hesaplayınız.
4. **Tarama Problemi.** Sükûnetten harekete başlayacak bir elektronu ışık hızının %40'ına kadar hızlandırmak için, nekadarlık bir potansiyel farkına ihtiyaç vardır? ($c = 3 \times 10^8$ m/s)
5. $4{,}2 \times 10^5$ m/s lik bir ilk hızı olan elektronu durdurmak için ne kadarlık bir potansiyel farkı gerekir?

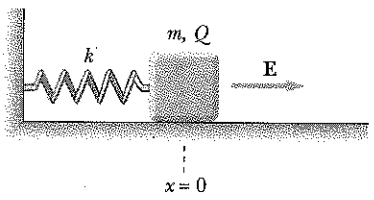
Kesim 25.2 Düzgün Bir Elektrik Alandaki Potansiyel Farkları

6. 250 V/m şiddetindeki düzgün bir elektrik alan pozitif x doğrultusundadır. +12 μC luk bir yükün, orijinden $(x,y) = (20\text{ cm}, 50\text{ cm})$ noktasına hareket ettiğini varsayınız. (a) Bu yük hangi potansiyel enerji farkında hareket etmiştir? (b) Yük, hangi potansiyel farkında hareket etmiştir?
7. Bir TV cihazında hızlandırıcı levhalar arasındaki potansiyel farkı yaklaşık 25 000 V'dur Bu levhalar arasındaki uzaklık 1,50 cm ise, bu bölgedeki düzgün elektrik alanın büyüklüğü ne olur?
8. $5{,}9 \times 10^3$ V/m şiddetindeki düzgün bir elektrik alan içinde bir elektron durgun halden serbest bırakıldığını varsayın (a) 1 cm lik hareketinden sonra ne kadarlık potansiyel farkına ulaşır? (b) Elektron 1 cm lik hareketin sonunda ne kadarlık hıza ulaşır?
9. x eksenine paralel hareket eden bir elektronun orjindeki hızı $3{,}7 \times 10^6$ m/s dir. Elektronun hızı, $x = 2$ cm de azalarak $1{,}4 \times 10^5$ m/s değerini alıyor. $x = 2$ cm noktası ile orijin arasındaki potansiyel farkını hesaplayınız. Hangi nokta daha yüksek potansiyeldedir?
10. Şekil P25.10'da düzgün elektrik alan *negatif y* ekseni doğrultsunda ve 325 V/m şiddetindedir. A noktasının koordinatları (–0,2; –0,3) m ve B noktasının koordinatları (0,4; 0,5) m dir. Mavi çizgileri kullanarak $V_B - V_A$ potansiyel farkını hesaplayınız.



Şekil P25.10

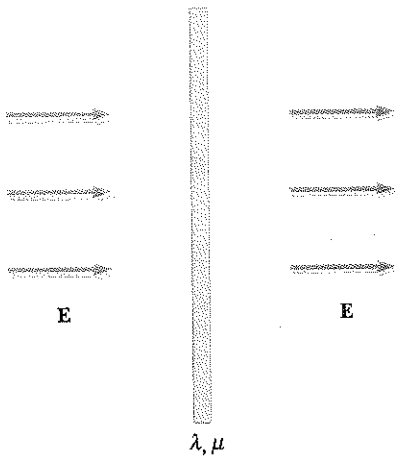
11. Yay sabiti $k = 100$ N/m olan bir yaya bağlı 4,00 kg'lık bir blok üzerinde $Q = 50$ μC yük bulunmaktadır. Blok sürtünmesiz yatay bir düzlem üzerinde olup, sistem, Şekil P25.11'de gösterilen yönde $E = 5{,}00 \times 10^5$ V/m'luk düzgün elektrik alan içinde bulunmaktadır. Blok, yayın gerilmemiş durumunda ($x = 0$'da) durgun halden serbest bırakılıra, (a) Yay en fazla ne kadar uzar? (b) Bloğun yeni denge durumu nedir? (c) Bloğun basit harmonik hareket yaptığını gösteriniz ve periyodunu bulunuz. (d) Blok ve yüzey arasındaki kayma sürtünme katsayısı 0,2 ise, (a) şıkkını tekrarlayınız.
12. m kütleli ve Q yüklü bir blok, yay sabiti k olan bir yaya bağlanmıştır. Blok sürtünmesiz yatay bir düzlem üzerinde kayabilmekte ve sisteme Şekil P25.11'de gösterilen yönde E büyüklüğündeki düzgün elektrik alan uygulanmaktadır. Blok, durgun halden yayın gerilmemiş durmunda ($x = 0$ da) serbest bırakılırsa, (a) Yay en fazla ne kadar uzar? (b) Bloğun yeni denge durumu nedir? (c) Bloğun basit harmonik hareket yaptığını gösteriniz ve periyodunu bulunuz. (d) Blok ve yüzey arasındaki kayma sürtünme katsayısı μ_k ise, (a) şıkkını tekrarlayınız.



Şekil P25.11 Problem 11 ve 12

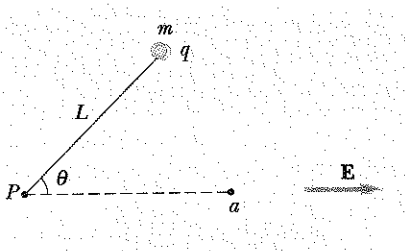
13. Tehar uydusundaki çekim ivmesi dünyadaki yerçekimi ivmesi ile aynıdır, fakat uydu yüzeyine çok yakın bölgede, çok kuvvetli aşağıya doğru düzgün bir elektrik alan bulunmaktadır. 5,00 μC'luk yük taşıyan 2,00 kg'lık top, yukarı doğru 20,1 m/s hızla fırlatılıyor ve 4,10 s'lik bir aradan sonra uydu yüzeyine çarpıyor. Atış hareketinin başlangıç ve tepe noktaları arasındaki potansiyel farkı ne kadardır?

14. Boyca yük yoğunluğu $\lambda = 40{,}0\ \mu$C ve boyca kütle yoğunluğu $\mu = 0{,}100$ kg/m olan yalıtılmış bir çubuk (Şekil P25.14'deki gibi), kendisine dik doğrultutadik $E = 100$ V/m'lik düzgün elektrik alan içinde ilk hızsız serbest bırakılmıştır. (a) 2,00 m hareket ettikten sonra çubuğun hızını bulunuz. (b) Elektrik alan çubuğa dik değilse, (a) şıkkının yanıtı nasıl değişir? Açıklayınız.



Şekil P25.14

15. Yükü $q = +2{,}00\ \mu$C ve kütlesi $m = 0{,}010$ kg'lık bir parçacık Şekil P25.15'deki gibi $L = 1{,}50$ m uzunluğundaki ipe bağlanmış ve ipin diğer ucu P noktasındaki eksene tutturulmuştur. Parçacık, ip ve eksen yatay durumdaki masa üzerindedir. Parçacığın ipi $E = 300$ V/m büyüklüğündeki düzgün elektrik alanla $\theta = 60°$'lik açı yaptığı zaman, parçacık sükunet halinde serbest bırakılırsa, ipin elektrik alana paralel olduğu zaman parçacığın (Şekil P25.15'teki a noktasındaki) hızını bulunuz.



Üstten görünüş

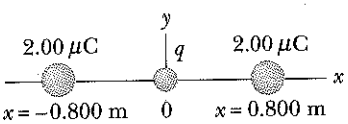
Şekil P25.15

Kısım 25.3 Noktasal Yüklerin Oluşturduğu Elektriksel Potansiyel ve Potansiyel Enerji

Not: Problemlerde aksi söylenmedikçe potansiyelin referans seviyesini $r = \infty$ da $V = 0$ olarak alınız.

16. (a) Bir protondan 1,00 cm uzaklıktaki potansiyeli bulunuz. (b) Bir protondan 1,00 cm ve 2,00 cm uzaklıktaki iki nokta arasındaki potansiyel farkı ne kadardır? (c) Bir elektron için (a) ve (b) şıklarını tekrarlayınız.

17. Şekil P25.17'de görüldüğü gibi, iki tane 2 μC luk yük ve orijinde $q = 1{,}28 \times 10^{-18}$ C luk pozitif bir deneme yükü veriliyor. (a) İki tane 2 μC luk yükün q yükü üzerine uyguladığı net kuvvet nedir? (b) İki tane 2 μC luk yükün orijinde oluşturduğu elektrik alan potansiyeli ne kadardır? (c) İki tane 2 μC'luk yükün orijinde oluşturduğu elektriksel potansiyel ne kadardır?



Şekil P25.17

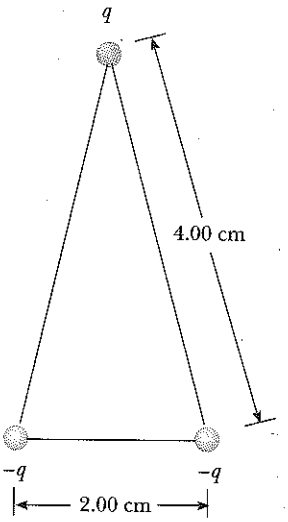
18. $+q$ yükü orijindedir. $-2q$ yükü de x ekseni üzerinde $x = 2{,}00$ m'dedir. x'in hangi sonlu değeri için; (a) elektrik alan sıfır olur? (b) Elektriksel potansiyel sıfır olur?

19. Hidrojen atomunun Bohr modeli, elektronun yalnızca belirli izinli yörüngelerde bulunacağını söyler. Her bir Bohr yörüngesinin yarıçapı $r = n^2(0{,}0529$ nm) ifadesiyle verilir. Burada $n = 1, 2, 3,...$ dır. Hidrojen atomunun elektriksel potansiyel enerjisini, elektron (a) Birinci ($n = 1$) yörüngede (b) İkinci ($n = 2$) yörüngede ve (c) elektron atomu terk edip $r = \infty$ a gittiğinde hesaplayınız. Cevapları elektron volt cinsinden ifade ediniz.

20. $Q_1 = +5$ nC ve $Q_2 = -3$ nC luk iki noktasal yükün aralarındaki uzaklık 35 cm dir. (a) Bu yük çiftinin potansiyel enerjisi nedir? Cevabımızdaki cebirsel işaretin anlamı nedir? (b) Yükler arasındaki orta yerde elektriksel potansiyel ne kadardır?

21. Şekil P25.21 de gösterilen ikizkenar üçgenin köşelerinde üç tane yük vardır. $q = 7\ \mu$C alarak, üçgenin tabanının tam orta noktasında elektriksel potansiyeli hesaplayınız.

22. *Bu problemi Bölüm 23'teki Problem 55 ile karşılaştırınız.* Dört eşdeğer ($q = +10{,}0\ \mu$C) noktasal yük Şekil 23.55'teki gibi bir dikdörtgenin köşelerine yerleştirilmiştir. Dikdörtgenin boyutları $L = 60{,}0$ cm ve $W = 15{,}0$ cm'dir. Diğer üç yükün varlığı yüzünden sol alt köşedeki yükün elektriksel potansiyel enerjisini hesaplayınız.



Şekil P25.21

23. Bir kenarı s olan bir karenin köşelerine Q büyüklüğünde özdeş yükler yerleştirebilmek için, $5{,}41\ k_e Q^2/s$ kadarlık bir iş yapmak gerektiğini gösteriniz.

24. *Bu problemi Bölüm 23'teki Problem 18 ile karşılaştırınız.* x ekseni üzerinde biri $x = 1{,}00$ m'de ve diğeri $x = -1{,}00$ m'de bulunan iki noktasal yükten her birinin büyüklüğü 2,00 μC'dur (a) y ekseni üzerinde $y = 0{,}50$ m'deki elektriksel potansiyeli bulunuz. (b) y ekseni üzerinde $y = 0{,}50$ m konulan üçüncü −3,00 μC'luk yükün elektriksel potansiyel enerjisini hesaplayınız.

25. *Bu problemi Bölüm 23'teki Problem 22 ile karşılaştırınız.* R yarıçaplı bir dairenin çevresine simetrik olarak beş eşit negatif $-q$ yükü konulmuştur. Dairenin merkezindeki elektriksel potansiyeli hesaplayınız.

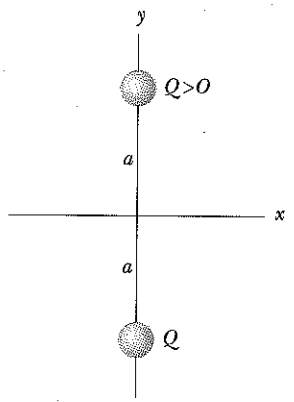
26. *Bu problemi Bölüm 23'teki Problem 17 ile karşılaştırınız.* Bir kenarı a olan Şekil P23.17'de gösterilen eşkenar üçgenin her bir köşesine üç tane eşit pozitif q yükü konulmuştur. (a) yüklerin bulunduğu düzlemde elektriksel potansiyelin sıfır olduğu bir nokta var mıdır? Varsa nerededir? (b) Bu üçgenin tabanındaki iki yükün P noktasında oluşturacağı potansiyel ne olur?

27. **Tarama Problemi.** İki yalıtılmış kürenin yarıçapları 0,30 cm ve 0,50 cm olup kütleleri 0,100 kg ve 0,700 kg'dır ve üzerlerindeki yükler −2,00 μC ve 3,00 μC'dur. Küreler, merkezleri arasındaki uzaklık, 1,00 m iken serbest bırakılıyor. (a) Çarpıştığı anda hızları ne kadardır? (*İpucu*: Doğrusal momentum ve enerji korunmunu göz önüne alınız.) (b) Eğer küreler iletkense, bunların hızları (a) şıkkında hesaplanan hızdan küçük mü, büyük mü olur? Açıklayınız.

28. **Tarama Problemi.** Merkezleri arasındaki uzaklık d iken serbest bırakıldığında, iki yalıtılmış kürenin yarıçapları r_1 ve r_2 olup, kütleleri m_1 ve m_2'dir ve üzerlerindeki yükler $-q$ ve q'dur. (a) Her birinin çarpıştığı andaki hızları ne kadardır? (*İpucu*: Doğrusal momentum ve enerji korunumunu göz önüne alınız.) (b) Küreler iletkense, bunların hızları (a) şıkkında hesaplanan hızdan küçük mü büyük mü olur? Açıklayınız.

29. Bir küçük küresel cisim 8 nC luk yük taşımaktadır. Bu cismin merkezinden hangi uzaklıkta potansiyel 100 V, 50 V, 25 V değerlerindedir? *Eşpotansiyeller* arasındaki uzaklık, V deki değişme ile orantılı mıdır?

30. Şekil P25.30'da görüldüğü gibi, x ekseninin altında ve üstündeki eşit uzaklıklara y ekseni boyunca eşit büyüklükte iki noktasal yük yerleştiriliyor. (a) x ekseni boyunca, $3a < x < 3a$ aralığında yer alan noktaların potansiyelinin grafiğini çiziniz. Potansiyelin grafiğini $k_e Q/a$ birimleriyle çizin. (b) $-a$ noktasındaki yükü negatif alarak, y ekseni boyunca $-4a < y < 4a$ aralığında potansiyelin grafiğini çiziniz.



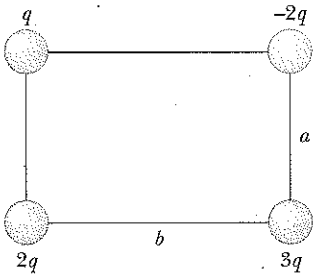
Şekil P25.30

31. Atomun gezegen modeline yol açan Rutherford'un ünlü saçılma deneyinde, altın çekirdeği üzerine (yükü $+79e$) bir alfa parçacığı (yükü $+2e$, kütlesi $= 6{,}64 \times 10^{-27}$ kg) gönderilir. Başlangıçta altın çekirdeğinden çok uzakta olan alfa parçacığı, çekirdeğin merkezine doğru $2{,}00 \times 10^7$ m/s hızla gönderiliyor. Bu alfa parçacığı, merkez civarında sapmadan önce merkeze ne kadar yaklaşır? Altın çekirdeğinin durgun kaldığını varsayınız.

32. Düzgün yüklenmiş, toplam yükü, 1,00 nc olan, yalıtılmış 2,00 cm yarıçaplı kürenin merkezinden 3,00 cm uzaklıktaki bir elektron durgun halden harekete geçiyor. Elektron, kürenin yüzeyine ulaştığında hızı ne olur?

33. Şekil P25.33'te gösterilen yükleri bulundukları yerlere getirmek için gereken enerjiyi hesaplayınız. Burada $a = 0{,}20$ m, $b = 0{,}40$ m ve $q = 6\ \mu$C dur.

34. Özdeş dört parçacığın herbirinin yükü q, kütlesi m'dir. Yükler, L kenarlı bir karenin köşelerinden ilk hızsız serbest bırakılmıştır. Karenin merkezinden olan uzaklıklar iki katına çıktığında hızları ne kadar olur?



Şekil P25.33

35. Bir kenarı s olan kübün köşelerine, herbiri q büyüklüğünde olan sekiz tane özdeş noktasal yükü yerleştirmek için ne kadarlık bir iş gerekir?

Kısım 25.4 Elektriksel Potansiyelden Elektrik Alan Elde Edilmesi

36. $x = 0$ ve $x = 6$ m arasındaki bölgede potansiyel $V = a + bx$ olarak veriliyor. Burada $a = 10$ V ve $b = -7$ V/m dir. (a) $x = 0$, 3 m ve 6 m deki potansiyeli (b) $x = 0$, 3 m ve 6 m deki elektrik alanın yönünü ve büyüklüğünü belirleyiniz.

WEB 37. Uzayın belirli bir bölgesi üzerinde elektriksel potansiyel $V = 5x - 3x^2y + 2yz^2$ olarak veriliyor. Bu bölgede, elektrik alanın x, y ve z bileşenlerine ait ifadeleri bulunuz. Koordinatları metre cinsinden- (1, 0, –2) olarak verilen P noktasındaki elektrik alanın büyüklüğü ne kadardır?

38. R yarıçaplı bir küresel iletkenin içindeki elektriksel potansiyel $V = k_eQ/R$, dışındaki potansiyel $V = k_eQ/r$ ile verilmiştir. $E_r = -dV/dr$ ifadesini kullanarak (a) Bu yük dağılımının içinde ($r < R$), (b) dışındaki ($r > R$) elektrik alanı ifadesini türetiniz.

39. Örnek 25.7'de belirtildiği gibi, x ekseni boyunca uzanan ℓ uzunluklu düzgün yüklü bir çubuğun bir ucundan a uzaklığındaki P noktasında elektriksel potansiyel,

$$V = \frac{k_eQ}{\ell} \ln\left(\frac{\ell + \sqrt{\ell^2 + a^2}}{a}\right)$$

ifadesi ile verildiği gösterilmişti. Bu sonucu kullanarak P noktasındaki elektrik alanın y bileşeni için bir ifade türetiniz. (*İpucu: a yerine y koyunuz.*)

40. a yarıçaplı yüksüz iletken bir küre, xyz koordinat sisteminin merkezine konulduğunda, başlangıçta düzgün $\mathbf{E} = E_0\mathbf{k}$ şeklinde bir elektrik alanında bulunuyor olsun. Kürenin dışındaki noktalar toplam elektriksel potansiyel,

$$V(x, y, z) = V_0 - E_0z + \frac{E_0a^3z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}$$

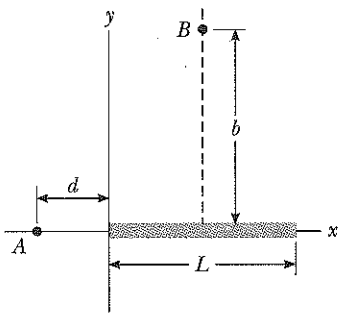
oluyor. Burada V_0 iletken üzerindeki (sabit) elektriksel potansiyeldir. Bu ifadeyi kullanarak toplam elektriksel alanın x, y ve z bileşenlerini elde ediniz.

Kesim 25.5 Sürekli Yük Dağılımının Oluşturduğu Elektriksel Potansiyel

41. R yarıçaplı bir halkanın çevresi üzerinde düzgün dağılmış toplam Q yükünün bulunduğunu varsayınız. Halka merkezinden $2R$ uzaklıkta halka ekseni üzerindeki bir nokta ile, halka merkezindeki nokta arasında potansiyel farkı ne kadardır?

42. *Bu problemi Bölüm 23'teki Problem 33 ile karşılaştırınız.* Düzgün yüklenmiş 14 cm uzunluktaki yalıtkan bir çubuk Şekil P23.33'te gösterildiği gibi yarım daire şeklinde kıvrılmıştır. Çubuğun toplam yükü –7,50 μC ise, yarım dairenin merkezi olan O noktasındaki elektriksel potansiyeli bulunuz.

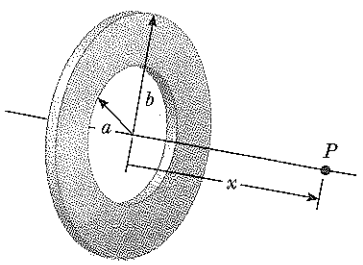
43. Sol ucu orjinde bulunan x ekseni boyunca uzanmış L uzunluklu bir çubuğun (Şekil P25.43) üzerinde düzgün olmayan $\lambda = \alpha x$ yük yoğunluğu bulunmaktadır. (Burada α pozitif bir sabittir.) (a) α sabitinin birimi nedir? (b) Çubuğun sol ucundan d uzaklıktaki bir A noktasında elektriksel potansiyeli hesaplayınız.



Şekil P25.43 Problem 43 ve 44.

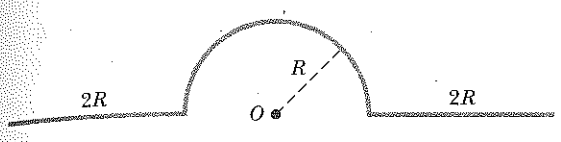
44. Bir önceki problemde belirtilen durumda, x ekseni üzerinde bulunan çubuğun tam ortasından çıkılan dikme üzerinde, b uzaklıktaki B noktasında elektriksel potansiyeli hesaplayınız.

45. Şekil P25.45'de gösterilen düzgün dağılmış σ yük yoğunluğu bulunan levhanın ekseni üzerindeki bir P noktasında elektriksel potansiyeli hesaplayınız.



Şekil P25.45

46. Düzgün yük yoğunluğu λ olan sonlu uzunluktaki bir tel, Şekil P25.46'da gösterildiği biçimde kıvrılmıştır. O noktasındaki elektriksel potansiyeli bulunuz.



Şekil P25.46

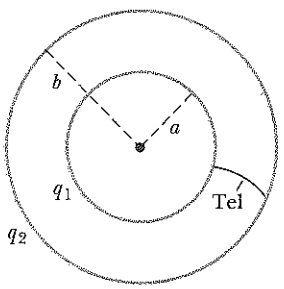
Kesim 25.6 Yüklü Bir İletkenin Potansiyeli

47. 0,3 m yarıçaplı, başlangıçta yüksüz bir küresel iletkenden kaç tane elektron uzaklaştırılmalı ki, bu küre yüzeyinde 7,5 kV luk bir potansiyel oluşsun?

48. Uzun bir iletken telle iki yüklü küresel iletken birbirlerine bağlanmıştır. Bu iki küre bileşimi üzerindeki toplam yük +20 μC dur. (a) Birinin yarıçapı 4 cm, ötekinin yarıçapı 6 cm ise, her bir kürenin yüzeyi yakınındaki elektrik alan ne kadardır? (b) Herbir kürenin elektriksel potansiyeli ne kadardır?

WEB 49. Küresel bir iletkenin yarıçapı 14 cm ve üzerindeki yük +26 μC dur. Bu iletkenin merkezinden aşağıdaki uzaklıklar için elektriksel potansiyeli ve elektrik alanı hesaplayınız. (a) $r = 10$ cm, (b) $r = 20$ cm ve (c) $r = 14$ cm.

50. Yarıçapları $a = 0{,}40$ m ve $b = 0{,}50$ m olan aynı merkezli iki küresel iletken kabuk Şekil P25.50'deki gibi ince bir iletken telle birleştirilmiştir. Sisteme $Q = 10{,}0$ μC toplam yük verilirse, her bir küre üzerindeki yük ne olur?



Şekil P25.50

(Seçmeli)

Kesim 25.7 Millikan'ın Yağ Damlası Deneyi

(Seçmeli)

Kesim 25.8 Elektronik Uygulamalar

51. 30 cm çapında küresi (oyuk iletken) bulunan Van de Graff jeneratörünün kuru havada bulunduğunu düşünün. (a) Küresinin maksimum potansiyeli ne kadardır? (b) Küresinin üzerindeki maksimum yük ne kadardır?

52. Küresel kubbeli Van de Graaff jeneratörü maksimum 600 kV'luk bir potansiyele yükseltilebiliyor. Bundan büyük yükler, kubbe çevresindeki kuru havayı bozarak kıvılcım atlamasına neden olur. Küresel kısmın, (a) üzerindeki yükü, (b) yarıçapını bulunuz.

EK PROBLEMLER

53. Çekirdeklerin sıvı-damlası modeline göre, belli bir çekirdek, yüksek enerjili titreşimlerle parçalanarak bir kaç nötronla birlikte birbirine eşit olmayan iki kısma ayrılabilir. Ayrılan kısımlar karşılıklı Coulomb itmesi sonucu kinetik enerji kazanırlar. Yarıçapı 5,5 $\times 10^{-15}$ m, yükü $+38e$ ve yarıçapı 6,2 $\times 10^{-15}$ m, yükü $+54e$ şeklinde oluşan iki küresel kısma parçalanan Uranyum çekirdeklerinin Coulomb potansiyel enerjisini (MeV cinsinden) hesaplayınız. Parçalanan her bir küresel kısmın hacminde yük dağılımının düzgün olduğunu ve başlangıçta durgun haldeki yüzeylerinin birbirlerine temas ettiğini varsayınız. (Çekirdeği çevreleyen elektronları da savsaklayınız.)

54. Kuru bir kış gününde, deri-tabanlı ayakkabı ile ayağınızı sürerek halı üzerinden geçer ve metal kapı koluna doğru bir parmağınızın ucunu uzatırsanız şoka uğrayabilirsiniz. Bazen, karanlık odada 5 mm uzunluğunda kıvılcım atlaması görürsünüz. (a) Üzerinizdeki elektriksel potansiyelin, (b) kapı koluna değmeden önce vücudunuzdaki yükün büyüklük mertebesini tahmin ediniz. Çözümünüzü açıklayınız.

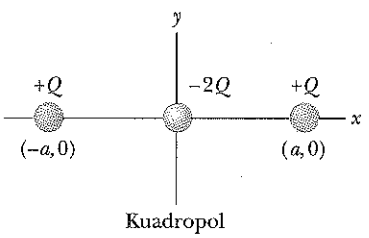
55. Şekil P25.55'te gösterilen yük dağılımına, bir çizgisel kuadropol olarak bakılabilir. (a) x ekseni üzerinde $x > a$ noktasındaki potansiyelin

$$V = \frac{2k_e Qa^2}{x^3 - xa^2}$$

olduğunu gösteriniz. (b) $x \gg a$ olduğu zaman (a) şıkkından elde edilen bağıntının

$$V = \frac{2k_e Qa^2}{x^3}$$

'ye indirgeneceğini gösteriniz.



Şekil P25.55

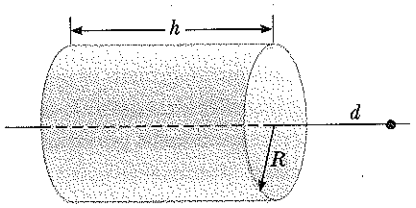
56. (a) Problem 55'ten elde edilen tam sonucu kullanarak, $x > a$ için, çizgisel kuadrupole'un x ekseni boyunca herhangi bir noktada elektrik alanını bulunuz. (b) $a = 2$ mm ve $Q = 3$ μC ise, $x = 3a$'daki E yi hesaplayınız.

57. Bir noktasal yükten belirli bir uzaklıkta elektrik alan şiddeti 500 V/m, elektriksel potansiyel −3000 V dur. (a) Bu yükten olan uzaklık ne kadardır? (b) Yükün büyüklüğü ne kadardır?

58. Düzgün pozitif yüklenmiş halkanın ekseni üzerinde, halka merkezinden 0,10 m uzaklıktan bir elektron

durgun halden serbest bırakılmıştır. Halkanın çizgisel yük yoğunluğu +0,100 μC/m ve yarıçapı 0,02 m ise, elektron halka merkezine ulaştığı zaman hızı ne kadardır?

59. Toplam yükü Q, yarıçapı R ve yüksekliği h olan düzgün yüklenmiş silindirik bir kabuğu göz önüne alınız. Şekil P25.59'da görüldüğü gibi, silindirin sağ kenarından d uzaklıktaki elektriksel potansiyeli bulunuz. (*İpucu*: Silindiri yük topluluğu gibi düşünerek Örnek 25.5'in sonucunu kullanınız.) (b) Bir dolu silindir için Örnek 25.6'nın sonucunu kullanarak aynı problemi çözünüz.



Şekil P25.59

60. 12,0 cm ile aralıklı iki paralel plaka eşit büyüklükte zıt işaretli yüklere sahiptir. Her bir plakanın üzerindeki yüzeysel yük yoğunluğu 36,0 nC/m^2'dir. Durgun bir proton pozitif plakadan serbest bırakılmıştır. (a) Plakalar arasındaki potansiyel farkını, (b) Proton'un negatif plakaya ulaştığı zamanki enrjisini, (c) Proton'un negatif levhaya çarpmadan önceki hızını, (d) Proton'un ivmesini, ve (e) proton üzerindeki kuvveti bulunuz. (f) Bu kuvvetten, elektrik alanın büyüklüğünü bulunuz ve bunun plakalar üzerindeki yük yoğunluğundan bulunana eşit olduğunu gösteriniz.

61. R yarıçaplı küresel bir kabuğu Q kadar yüklemek için yapılması gereken işi hesaplayınız.

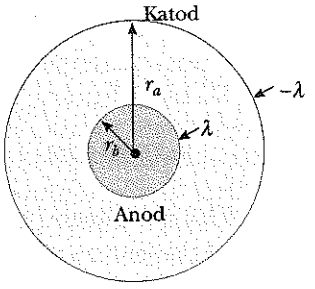
62. Geiger-Müller sayıcısı, bir tür ışınım (radyasyon) ölçme dedektörü olup, esasında iç yarıçapı r_a olan boş bir iç silindir (Katod) ve yarıçapı r_b olan aynı eksenli kafes şeklinde tellerden oluşan (Anot) silindirden ibarettir (Şekil 25.45). Anot üzerindeki birim uzunluktaki yük λ, katod üzerinde birim uzunluktaki yük $-\lambda$ dır. (a) dedektörün duyarlı bölgesinde yer alan silindirle teller arasındaki potansiyel farkının

$$\Delta V = 2k_e \lambda \ln\left(\frac{r_a}{r_b}\right)$$

şeklinde olduğunu gösteriniz. (b) Bu bölgenin dışında elektrik alan büyüklüğünün

$$\Delta E = \frac{V}{\ln(r_a/r_b)}\left(\frac{1}{r}\right)$$

ifadesi ile verileceğini gösteriniz. Burada r, anot merkezinden elektrik alanın hesaplandığı noktaya olan uzaklıktır.



Şekil P25.62

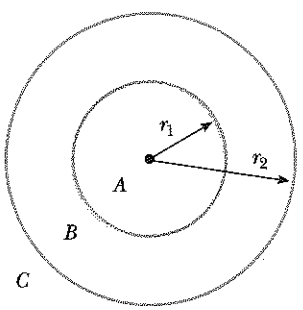
63. Düzgün dağılmış çizgisel bir yükün elektrik alanı, Gauss yasasına göre

$$\mathbf{E} = \left(\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}\right)\hat{\mathbf{r}}$$

ile verilmektedir. Burada $\hat{\mathbf{r}}$, çizgisel yükten çapsal doğrultuda uzaklaşan birim vektör, λ çizgi boyunca metre başına yüktür. $r = r_1$ ve $r = r_2$ arasındaki potansiyel farkı için bir ifade türetiniz.

64. Noktasal bir $+q$ yükü $x = -R$ de, başka bir $-2q$ noktasal yükü orijinde bulunuyor. Sıfır potansiyeldeki eş-potansiyel yüzeyin, yarıçapı $r = 2R/3$ ile verilen ve merkezi $(-4R/3, 0, 0)$ da bulunan bir küre olduğunu ispatlayınız.

65. Şekil P25.65'teki gibi, iki ince, iletken küresel kabuk göz önüne alınız. İçteki kabuğun yarıçapı $r_1 = 15$ cm ve üzerindeki yük +10 nC dur. Dıştaki kabuğun yarıçapı $r_2 = 30$ cm ve yükü −15 nC dur. Aşağıdaki bölgelerde (a) E elektrik alanı ve (b) A, B ve C bölgelerinde V elektriksel potansiyeli bulunuz. $r = \infty$ da $V \equiv 0$ dır.



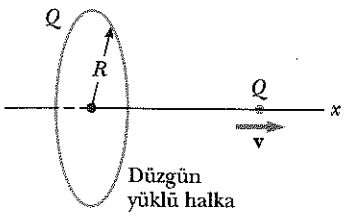
Şekil P25.65

66. x ekseni, Q yükünde ve R yarıçaplı düzgün yüklenmiş bir halkanın simetri eksenidir. (Şekil P25.66). Halka merkezine M kütleli bir Q noktasal yükü konuluyor. Noktasal yük x ekseni hafifce yerdeğiştirdi-

ğinde hızlanarak sonsuz uzaklığa gitmesi halinde, noktasal yükün en son sürâtinin

$$v = \left(\frac{2k_e Q^2}{MR}\right)^{1/2}$$

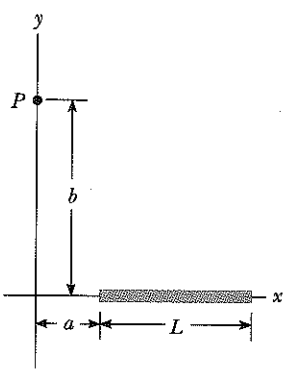
olduğunu gösteriniz.



Şekil P25.66

67. 25,0 nC/m^2 yüzeysel yük yoğunluğuna sahip sonsuz büyüklükteki bir yüklü tabakası orijinden geçecek şekilde xy düzleminde bulunmakta ve $z = 0$ ve $y = 0$'da potansiyeli 1,00 kV'dur. Çizgisel yük yoğunluğu 80,0 nC/m olan uzun bir tel, y eksenine paralel olarak konulmuş olup, x eksenini $x = 3{,}00$'da kesmektedir. (a) x ekseni boyunca tel ve tabaka arasında potansiyeli x'in fonksiyonu olarak elde ediniz. (b) $x = 0{,}80$ m'ye 2,00 nC'luk bir yükün konulması halinde potansiyel enerji ne olur?

68. Şekil P25.68'de gösterilen düzgün yüklü ince çubuğun çizgisel yük yoğunluğu λ dır. P noktasında elektriksel potansiyel için bir ifade bulunuz.

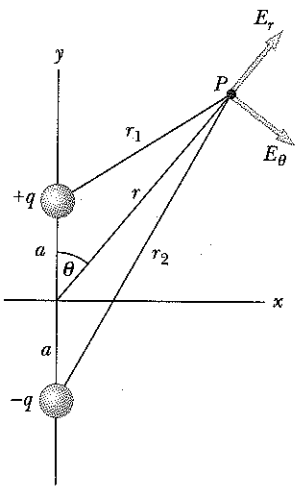


Şekil P25.68

69. Bir dipol Şekil P25.69'daki gibi y ekseni boyunca yerleştirilmiştir. (a) Dipolden oldukça uzakta ($r \gg a$) bir P noktasındaki elektriksel potansiyel

$$V = k_e \frac{p \cos\theta}{r^2}$$

ile verilmektedir. Burada $p = 2qa$ dır. Elektrik alanın radyal bileşeni E_r ve dik bileşeni E_θ yı hesaplayınız. E_θ



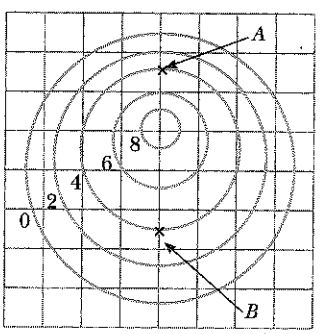
Şekil P25.69

$= -(1/r)(\partial V/\partial\theta)$ olacağına dikkat edin. Bu sonuç $\theta = 90°$, $\theta = 0°$ ve $r = 0$ için uygun mudur? (b) Bu dipol düzenlemesi için,

$$\cos\theta = \frac{y}{(x^2 + y^2)^{1/2}}$$

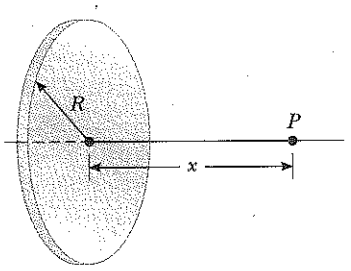
ve $r = (x^2 + y^2)^{1/2}$ yi kullanarak V yi, (r, θ) koordinatları cinsinden ifade ediniz. Bu sonucu kullanarak ve $r \gg a$ alarak elektrik alanın E_x ve E_y bileşenlerini hesaplayınız.

70. Şekil 25.42; herbirinin potansiyeli volt olarak üzerine yazılan bir çok eşpotansiyel çizgilerini gösteriyor. Karesel ağın iki çizgisi arasındaki uzaklık 1 cm yi belirlemektedir. (a) E elektrik alan şiddeti A noktasında mı, B noktasında mı daha büyüktür- Niçin? (b) B deki **E** ne kadardır? (c) en az 8 tane alan çizgisi çizilirse elektrik alan neye benzer?



Şekil P25.70

71. R yarıçaplı bir diskin düzgün olmayan yüzeyce yük yoğunluğu $\sigma = Cr$ dir. Burada C bir sabittir r, diskin merkezinden olan uzaklıktır (Şekil P25.71). Disk ekseni üzerinde merkezden x uzaklıkta bir P noktasındaki potansiyeli (integral yolu ile) bulunuz.



Şekil P25.71

72. Toplam yükü Q olan R yarıçaplı içi dolu bir kürenin düzgün dağılmış yük yoğunluğu ρ dur. Bu yüklü kürenin *toplam* potansiyel enerjisi için bir ifade türetiniz. (*İpucu*: Kürenin, birbiri üzerine oturtulmuş her biri $dq = (4\pi r^2 dr)\rho$ yüküne sahip eşmerkezli küresel kabuklardan yapıldığını düşünün ve $dU = V\,dq$ ifadesini kullanınız.)

73. Problem 62'nin sonuçlarını, elektrostatik çökelticiye uygulayınız (bakınız Şekil 25.28a ve Şekil P25.62). Merkezdeki tele $\Delta V = V_a - V_b = 50{,}0$ kV potansiyel uygulandığında üzerindeki elektrik alanın büyüklüğü 5,50 MV/m oluyor. Silindirik düzgün dış duvarın yarıçapı $r_a = 0{,}85$ m'dir. (a) Merkezdeki telin r_b yarıçapı ne olmalıdır? Burada transendental bir denklemin çözümünü bulmaya gereksinim duyacaksınız. (b) Dış duvardaki elektrik alanın büyüklüğü ne kadardır?

SINAMA SORULARININ CEVAPLARI

25.1 Elektriksel alan düzgünse fraketmez. (Bunu sonraki kesimde ayrıntılı işleyeceğiz) Fakat genel olarak, elektrik alan her bir yerde farklı olabilir.

25.2 $B \to C$, $C \to D$, $A \to B$, $D \to E$. B'den C'ye harekette elektriksel potansiyel 2 V kadar azalır ve böylece, her bir kulunluk yükün hareketinde elektrik alan 2 J'lük iş yapar. C'den D'ye harekette elektriksel potansiyel 1 V azalır, böylece alan tarafından 1 J iş yapılır. Yükün A'dan B'ye hareketinde elektriksel potansiyel değişmediğinden hiç bir iş yapılmaz. D'den E'ye harekette elektriksel potansiyel 1 V artar ve böylece alan –1 J iş yapar. Bu durum, bir kütlenin yükseğe kaldırılmasındaki yerçekimine karşı alanının kütle zerine negatif iş yapması gibidir.

25.3 Elektriksel potansiyel yarıçapla ters orantılı olarak azalır (bakınız Eşitlik 25.11). Elektrik alanın büyüklüğü yarıçapın karesinin tersi ile azalır (bakınız Eşitlik 23.4). Çünkü yüzeysel alan r^2 ile artarken, elektrik alanın büyüklüğü $1/r^2$ ile azalır ve yüzeyden geçen elektrik akısı sabit kalır (bakınız Eşitlik 24.1).

25.4 (e) Evet. Dört eşit yükün, bir karenin köşelerine yerleştirildiğini düşününüz. Bu durumda elektriksel potansiyelin grafiği şekilde gösterilmiştir. Karenin merkezinde elektrik alan sıfırdır, çünkü bu dört yükten her birinin merkezde oluşturduğu alan birbirlerini yok eder, fakat potansiyel sıfır olmaz. Yüklü iletkenin içinde de durum böyle olur. (b) Yine evet. Örneğin Şekil 25.8'de, bir dipolün merkezinde elektriksel potansiyel sıfır olur, fakat bu noktada alanın büyüklüğü sıfır değildir. (Dipoldeki iki yük zıt işaretli olarak tanımlanmıştır, böylece iki yük tarafından oluşturulan elektrik alan çizgileri pozitif yükten negatif yüke doğru uzanır ve hiç bir yerde yok olmaz.) Bu, Örnek 25.4c'deki durum olup, elde edilen denklemlerden $V = 0$ ve $E \neq 0$ olur.